

# UMA ABORDAGEM ESPECTRAL À GERAÇÃO DE SÉRIES CORRELACIONADAS DE VENTO

R. Aguiar, A. Estanqueiro e J. Saraiva

INETI - Dep. Energias Renováveis  
Estrada do Paço do Lumiar, 1699 Lisboa Codex, PORTUGAL

## RESUMO

No estudo, controle e dimensionamento de parques eólicos, não é suficiente o simples conhecimento da velocidade média do vento na área do parque. A aspectos como a produção de esteiras e o efeito da turbulência, juntam-se factos relativos ao próprio comportamento eléctrico das máquinas eólicas, que exigem uma modelação *dinâmica* do sistema constituído pelo parque, imerso no campo de vento e ligado a uma rede. A capacidade de obter sequências da intensidade do vento simultaneamente em vários pontos do parque, é nestas circunstâncias essencial. Alternativamente a modelos do tipo autoregressivo, o presente trabalho apresenta as bases de um método espectral, com base em considerações físicas, para a geração de sequências sintéticas da intensidade de vento com as mesmas propriedades estatísticas das sequências observadas.

## 1. Introdução

O comportamento de uma máquina eólica não é uma função determinística da intensidade do vento (a designar simplesmente por vento); pelo contrário, mostra-se que é necessária uma modelação *dinâmica* da máquina - ver e.g. Estanqueiro (1991).

Também, as N máquinas de um parque eólico não podem ser consideradas independentes. De facto, embora os binários mecânicos sejam independentes nos N pontos considerados, tal não se passa com os binários aceleradores: digamos, para duas turbinas, o estado do sistema 1 é condicionado pelo binário acelerador do sistema 2, e vice-versa. Assim em geral não é possível calcular para o conjunto das duas máquinas, por exemplo, o valor médio ou total de uma certa quantidade x, utilizando simplesmente uma expressão do tipo

$$\bar{x} = \int \int \{x(v_1) + x(v_2)\} \cdot F(v_1, v_2) \cdot dv_1 dv_2, \quad [1]$$

onde entram as intensidades do vento  $v_1$  e  $v_2$  nos dois pontos e a distribuição conjunta de probabilidade de ocorrência do vento nos dois pontos. O "ponto de funcionamento" do sistema não é pois uma função determinística do vento instantâneo. Os valores

anteriores no tempo do estado do sistema condicionam o ponto de funcionamento, de modo que várias situações  $\{v_1, v_2\}$  não são idênticas... exemplo simples: os mesmos dois valores  $v_1$  e  $v_2$  podem suceder estando o vento médio a acelerar ou então a desacelerar.

Também, os sistemas de controlo reais incluem o "shut-down" das turbinas em condições extremas de funcionamento. Portanto, pode acontecer que algumas turbinas estejam ligadas e outras desligadas em várias situações  $\{v_1, v_2\}$  à partida idênticas. Finalmente, o parque não pode ser considerado um sistema isolado da rede: esta reage (por retroacção positiva) ao "output" do parque. Daí que a informação estatística - média, variância, ... - que se possa obter de expressões do tipo [1], ou mais complexas, não seja completa do ponto de vista de caracterização do parque; é necessária informação sequencial, que reclama assim a utilização de séries temporais do "output" do parque eólico.

Verifica-se também que não basta o conhecimento da distribuição de probabilidade e do espectro de potência (ou equivalentemente, da função autocorrelação) do vento, na área onde se vai instalar o parque eólico, para caracterizar completamente o recurso: por um lado existe interacção vento-máquinas, nomeadamente com a produção de esteiras; por outro, existem correlações espaciais significativas, devidas à estrutura turbilhonária do campo do vento. Esta situação reforça a necessidade do conhecimento completo e simultâneo das séries temporais de valores do vento nos  $N$  locais de instalação das máquinas, e não apenas das suas características estatísticas médias.

Em resumo, tanto do ponto de vista do recurso energético, como do ponto de vista do comportamento eléctrico, cada situação de funcionamento de um parque é *particular*, isto é, não repetível. Assim, mesmo o estudo de apenas uma configuração geral de um parque - caracterizada, digamos, por um certo vento médio, disposição das máquinas, esquema de interconexão eléctrica, tipo de controlo aplicado, ... - tem de recorrer a múltiplas simulações dinâmicas ("ensaios" estocásticos) para ser possível apreciar a gama total de comportamentos do parque sob essa configuração.

É pois essencial ter modelos capazes de gerar sequências de valores de intensidade do vento simultaneamente em vários locais, de acordo com as correctas distribuições de densidade de probabilidade e de densidade espectral de potência, e mantendo entre as sequências certa correlação cruzada (ou equivalentemente, obedecendo a certo espectro). Estas sequências, ditas *syntheticas*, possuem embora as mesmas características estatísticas médias das sequências observadas, são no entanto diferentes em cada "ensaio", reflectindo diferenças nas sequências particulares de valores das variáveis pseudo-aleatórias utilizadas na construção dos modelos.

Consegue-se desta forma emular o ruído climático observado na Natureza, e propiciar condições aos estudos exigidos no parágrafo anterior - múltiplas simulações dinâmicas sob as mesmas condições médias.

## 2. Alguns Modelos Anteriores

A atenuação em valor relativo das flutuações das tensões/correntes eléctricas de um

conjunto de turbinas em comparação com as flutuações numa única desde cedo recebeu atenção (e.g. Justus e Mikhail, 1978). Por exemplo, é relativamente fácil analisar os casos extremos de correlação cruzada  $\rho=1$  e  $\rho=0$  para obter a variabilidade de um parque "ideal" de máquinas eólicas. Assim, tomem-se  $N$  máquinas independentes, e seja  $p_1$  a potência média de saída numa máquina,  $\sigma_1$  o respectivo desvio-padrão. A potência total será  $p=N \cdot p_1$ ; o desvio-padrão da potência total será  $\sigma=\sigma_1 \sqrt{N}$  no caso de correlação perfeita do vento nos  $N$  locais,  $\sigma=\sigma_1 \sqrt{N}$  no caso de total independência do vento. De modo que a variabilidade do conjunto,  $\sigma/p$ , vem idêntica à de uma máquina no caso de total correlação, como seria de esperar, mas decresce por um factor multiplicativo de  $1/\sqrt{N}$  no caso de correlação nula.

O passo de complexidade imediatamente superior consiste em especificar correlações intermédias entre 0 e 1. Um exemplo representativo deste tipo de análise é o trabalho de Lipman *et al.* (1980), que prevê o emprego de uma função gaussiana multivariada para as flutuações do vento em  $N$  locais. Por exemplo, para  $N=2$  e  $\sigma_1=\sigma_2=\sigma$ ,

$$G(v_1, v_2) = 1/(2\pi \sigma^2 \sqrt{1-\rho^2}) \cdot \exp\left(-\frac{v_1^2 + v_2^2 - 2\rho\sigma^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}\right) \quad [2]$$

Introduzindo esta expressão no lugar da função de distribuição  $F(v_1, v_2)$  em equações do tipo da Eq. [1], podem calcular-se por integração não só os momentos centrais relativos ao vento, mas ainda os relativos a quaisquer quantidades que sejam funções do vento em cada turbina. Mesmo a distribuição de probabilidade  $P(x)$  poderia ser calculada, dividindo o domínio de variação de  $x$  em  $n$  intervalos, e (supondo para simplificar  $N=2$ ) calculando a probabilidade de  $x$  estar em cada intervalo como a média de uma certa função  $h(v_1, v_2)$ ,

$$P(x \in [x_a, x_b]) = \int \int h(v_1, v_2) \cdot G(v_1, v_2) \cdot dv_1 dv_2 \quad [3.1]$$

$$h(v_1, v_2) = 1 \text{ se } x(v_1) + x(v_2) \in [x_a, x_b] \quad [3.2]$$

$$h(v_1, v_2) = 0 \text{ caso contrário.} \quad [3.3]$$

Em princípio, a propriedade  $x$  pode ser qualquer uma, por exemplo a potência total do parque. Como é possível encontrar expressões analíticas apropriadas para as correlações espaciais  $\rho_{12}$ , por exemplo formas exponenciais do tipo

$$\rho_{12} = \exp\left(-\left(x_{12}/L_x + y_{12}/L_y\right)\right) \quad [4]$$

onde  $L_x \sim 200$  m e  $L_y \sim 50$  m, são escalas características longitudinal e lateral, e  $x_{12}$  e  $y_{12}$  as separações longitudinal e lateral dos pontos em análise (e.g. Fordham, 1985), então qualquer problema relativo ao comportamento eléctrico de um parque "ideal" de  $N$  máquinas estaria resolvido uma vez especificada a configuração espacial. Contudo,

sobre a simulação do vento em vários pontos da área de varredura de um rotor. O método, consideravelmente complexo, repousa na consideração dos co-espectros entre todos os pares de locais, na especificação de espectros de fases aleatórios, e a partir daqui, na geração por Transformada Inversa de Fourier das séries no domínio do tempo. Portanto, é de certo modo equivalente, no domínio das frequências, à proposta que eschematizamos nos parágrafos anteriores para o domínio do tempo. Simplesmente, em parte porque contingências históricas assim o determinaram, existe abundância de parametrizações para os espectros e co-espectros, inclusive com base física no caso dos espectros, pelo que o aspecto da falta de flexibilidade fica em parcialmente resolvido (mas não os da parsimónia e da complexidade).

3. Um modelo com base física

O modelo de que apresentamos as bases funda-se, tal como os modelos de Veers e de Winkelaar, na geração de séries no domínio do tempo *via* transformação inversa de Fourier (tipo FFT) da densidade espectral de potência, e do espectro de fases. Adicionamos porém uma interpretação de natureza física do espectro de potência que nos vai permitir calcular a correlação cruzada média entre duas séries geradas a partir do mesmo espectro, uma vez conhecida a relação entre os espectros de fase usados em cada caso.

Consideremos dois locais A e B imersos num campo de vento homogêneo onde se aplica a hipótese de Taylor para a turbulência - *i.e.* em que os turbilhões estão "congelados" numa certa configuração, e são convectados de acordo com o vento médio, de intensidade  $\bar{V}$ . Como as escalas espaciais e temporais de interesse estão fora da zona espectral de dissipação da turbulência, podemos admitir que os turbilhões são independentes, e nesse caso a hipótese de Taylor constituirá uma boa aproximação. Para simplificar, suponha-se que os dois pontos A e B estão alinhados perpendicularmente à direcção do vento médio - ver Fig. 1.

Nestas condições, os turbilhões de dimensão característica L (na direcção AB) inferior à distância H entre os dois locais não poderão afectá-los simultaneamente e portanto, em média, a correlação cruzada devida a este tipo de turbilhões deverá ser nula. Pelo contrário, a correlação cruzada devida aos turbilhões com  $L \gg H$  deverá ser positiva (ver Fig. 2).

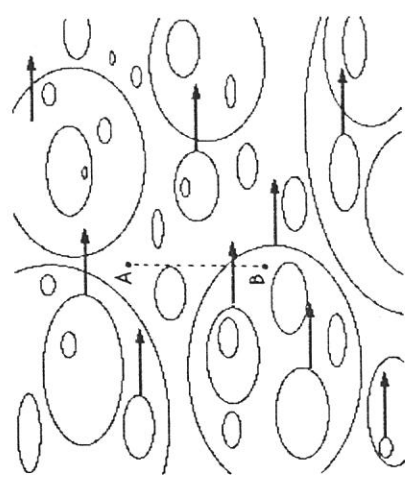


Fig. 1 - Situação considerada para interpretação dos espectros de potência e de fases.

conforme explicado na Secção 1, existem interações vento-máquinas, as máquinas não são electricamente independentes e o parque está ligado a uma rede, o que apenas permite tomar os resultados dos estudos baseados nas Eqs. 1 a 4 como primeiras aproximações, ou casos limite, do comportamento real dos parques eólicos.

Não só na simulação dinâmica de parques eólicos o estudo simultâneo de séries de vento em vários pontos interessa ao domínio da Energia Eólica. Conforme a escala espacial de interesse, poderíamos citar por exemplo o alisamento das flutuações de binário mecânico produzido pelo rotor, relacionadas com irregularidades de pequena escala no campo do vento ou ainda a inferência de velocidades do vento para um local a partir de valores do vento noutra local onde se fazem observações. Alguns modelos foram desenvolvidos para estes problemas que podem apontar caminhos promissores para as escalas espacial e temporal que nos interessam, 30 m a 500 m, e 0,05 s a 90 s.

A teoria clássica dos modelos autoregressivos (Box e Jenkins, 1976) foi frequentemente invocada para a construção de modelos do vento simultaneamente em dois locais (*e.g.* Goh e Natham, 1979). Visto que existem muitas formulações, mas nenhuma padrão, escolhemos apresentar aqui o nosso ponto de vista sobre qual seria uma proposta aceitável, a partir de um modelo de Medina, Giménez e Hudspeth (1991) para a agitação marítima. Consistiria em duas equações autoregressivas acopladas,

$$v_1(t) = a v_1(t-\delta t) + b r(t) \quad [5.1]$$

$$v_2(t) = c v_2(t-\delta t) + d r(t) + e s(t) \quad [5.2]$$

onde  $v_i$  é a velocidade no local  $i$ , e  $r$  e  $s$  são variáveis aleatórias. Para consistência do modelo, todas as variáveis são do tipo  $N(0,1)$ , *i.e.* têm média nula, variância unitária e distribuição Gaussiana. Os parâmetros  $a, b, c, d$ ,  $e$  podem ser obtidos das autocorrelações  $\phi_i$  e correlações cruzadas  $\rho_{ij}$ . Note-se que sendo  $v_1$  uma "série de referência", a generalização a  $N$  locais seria simplesmente uma questão de tomar mais  $(N-1)$  equações do tipo [5.2],

$$v_j(t) = -c_j v_j(t-\delta t) + d_j r(t) + e_j s_j(t) \quad [5.3]$$

Infelizmente, uma análise das correlações cruzadas entre as séries  $v_j(t)$  assim geradas mostra que só as correlações cruzadas do tipo  $\rho_{ij}$  são satisfazidas: as correlações cruzadas  $\rho_{ij}$  em geral são muito subestimadas. Corrigir este defeito exigiria concebermos adicionar termos do tipo  $\beta_k s_k(t)$  em cada equação para  $v_j(t)$ , relativamente a todas as outras séries  $v_k(t)$ , levando a um aumento explosivo do número de coeficientes do modelo com o valor de  $N$ . Outro importante problema é que, a menos que se tomem muitos termos do tipo  $\alpha_k v_k(t-k\delta t)$  nas Eqs. 5, é difícil reproduzir espectros de potência complicados, de novo agravando a falta de flexibilidade e parsimónia dos modelos autoregressivos.

Vários autores tentaram abordagens espectrais para a produção de séries de vento correlacionadas. Citamos em particular os trabalhos de Veers (1988) e Winkelaar (1991)

Se considerarmos que os turbilhões estão representados no espectro de potência e de fases pelos valores tomados à frequência  $f \sim L/\bar{V}$ , então possuímos um guia para interpretar o que foi dito no espaço das frequências. Visto que a potência em A é idêntica à potência em B, como decorre das hipóteses, então a origem da correlação (ou da falta dela) deve estar ligada ao espectro de fases.

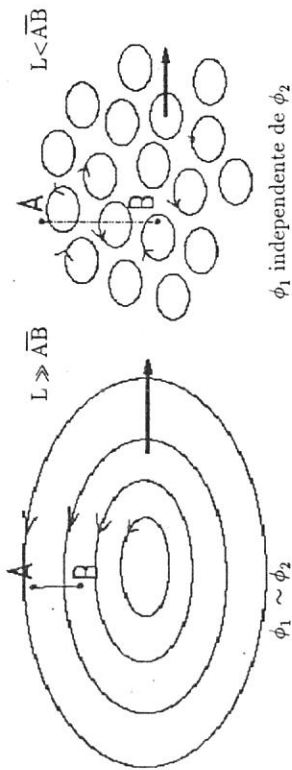


Fig. 2 - Relação de fases esperada entre harmônicas individuais do vento em dois pontos distintos.

Seja para simplificar o caso de séries de vento obtidas a partir de uma série de Fourier apenas com duas componentes, a primeira idêntica, correspondente a turbilhões com  $L \gg H$ , e a segunda, idêntica em amplitude, mas com fase diferente:

$$v_1(t) = a_0 + a_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) + a_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2) \quad [6.1]$$

$$v_2(t) = a_0 + a_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) + a_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2^*) \quad [6.2]$$

onde  $\omega_1 = 2\pi \cdot f_1$  e os  $\phi_i$  são as fases respectivas. A correlação cruzada entre as duas séries temporais pode escrever-se, eg.

$$\rho_{12}(k) = 1/(N-k) \cdot \sum_{i=1}^{N-k} (v_1(t) - \bar{v}_1) (v_2(t+k) - \bar{v}_2) / (\sigma_1^2 \sigma_2^2), \quad [7]$$

com  $\sigma_i$  o desvio padrão da série de valores  $v_i(t)$ . Para o caso simples que vamos considerar,  $k=0$ ,  $N=m \cdot T$  é um número inteiro de períodos fundamentais  $T$ , e  $\bar{v} = a_0 = 0$ . Então,  $\rho_{12}(0) = v_1(t) v_2(t) / (\sigma_1^2 \sigma_2^2)$ .

Escrevemos de novo as equações [6], desta vez em notação complexa,

$$u_1(t) = a(t) + b(t); \quad u_2(t) = a(t) + b(t) \cdot e^{j \cdot \delta \phi} \quad [8.1]$$

$$a(t) = a_1 e^{j \cdot (\omega_1 t + \phi_1)}; \quad b(t) = a_2 e^{j \cdot (\omega_2 t + \phi_2)} \quad [8.2]$$

e  $j = \sqrt{-1}$ ;  $\delta \phi = \phi_2 - \phi_1^*$  - que varia aleatoriamente, num *ensemble* de realizações dos processos  $v_1(t)$  e  $v_2(t)$ . Uma vez que  $a(t)$  e  $b(t)$  são sinusóides, a sua variância vale, respectivamente,

$$\sigma_a^2 = a^2 - \bar{a}^2 = a_1^2/2, \quad \sigma_b^2 = b^2 - \bar{b}^2 = a_2^2/2. \quad [9]$$

Calculando então os termos em [7], começamos por obter

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \overline{(a+b)^2} = \overline{a^2(t)} + \overline{b^2(t)} + 2 \overline{a(t) \cdot b(t)}. \quad [10.1]$$

Também,

$$\overline{v_1 \cdot v_2} = \overline{a^2(t)} + \overline{a(t) \cdot b(t)} \cdot e^{j \delta \phi} + \overline{b(t)^2} \cdot e^{j \delta \phi}. \quad [10.2]$$

Dos termos cruzados que aparecem nas expressões [10], todos aqueles em  $a(t) \cdot b(t)$  são nulos, mas não os termos em  $a^2$  e  $b^2$ , que valem, respectivamente,  $a_1^2/2$  e  $b_1^2/2$ . Logo,

$$\overline{v_1 \cdot v_2} = a_1^2/2 + b_1^2/2 \cdot e^{j \delta \phi}; \quad \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = (a_1^2 + a_2^2)/2$$

e na expressão [7] (tomando a parte real), fica finalmente

$$\rho_{12} = \frac{a_1^2 + a_2^2 \cdot \cos \delta \phi}{a_1^2 + a_2^2}, \quad [11.1]$$

Se  $\delta \phi$  é um aleatório de probabilidade uniforme em  $[0, 2\pi]$ , todo o domínio da função sinusoidal  $\cos(\delta \phi)$  é percorrido (embora não de forma monótona) no *ensemble* de realizações dos processos  $v_1(t)$  e  $v_2(t)$ ; a média do cosseno vem nula, e o valor médio da correlação cruzada será simplesmente

$$\bar{\rho}_{12} = \frac{a_1^2}{a_1^2 + a_2^2}. \quad [11.2]$$

Esta expressão para  $\bar{\rho}$  é consistente com o que seria de esperar:  $\bar{\rho} \leq 1$ ,  $\bar{\rho} \rightarrow 1$  quando  $a_2/a_1 \rightarrow 0$ , e  $\bar{\rho} \rightarrow 0$  quando  $a_2/a_1 \rightarrow \infty$ .

Para o caso geral de  $n$  componentes em fase, das  $m$  totais, em média,

$$\bar{\rho}_{12} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n a_i^2 = \frac{\sigma_n^2}{\sigma_m^2}, \quad [12]$$

com  $\sigma_k^2 = \sigma^2(k) = \sum_{i=1}^k a_i^2$ . Esta expressão tem o comportamento esperado:  $n \rightarrow m \Rightarrow \bar{\rho}_{12} \rightarrow 1$ ; e  $n \rightarrow 0 \Rightarrow \bar{\rho}_{12} \rightarrow 0$ .

A correlação cruzada (média) aparece assim como uma "razão de variâncias", nomeadamente entre a variância associada à "porção de espectro" em fase nas duas séries, e a variância espectral "total".

#### 4. Alguns resultados

Este modelo simplificado permite então gerar séries correlacionadas especificando fases constantes para as primeiras  $n$  harmónicas, e fases modeladas por simples variáveis aleatórias com distribuição uniforme para as restantes  $m-n$  harmónicas. Visto que cada série tem um conteúdo fixo de harmónicas com idêntica amplitude e período, nunca se põe o problema que aparecia no modelo autoregressivo consubstanciado nas Eqs. 5, de que só as correlações cruzadas com uma primeira "série de referência" estariam correctas.

Na Fig. 3 podem ser apreciados vários exemplos de geração de séries sintéticas, obtidos a partir de um espectro teórico do tipo Davenport. O cálculo directo das correlações cruzadas deu, em média, resultados próximos dos esperados a partir da Eq. 12, embora demonstrando os sucessivos "ensaivos" considerável dispersão, aliás prevista na teoria.

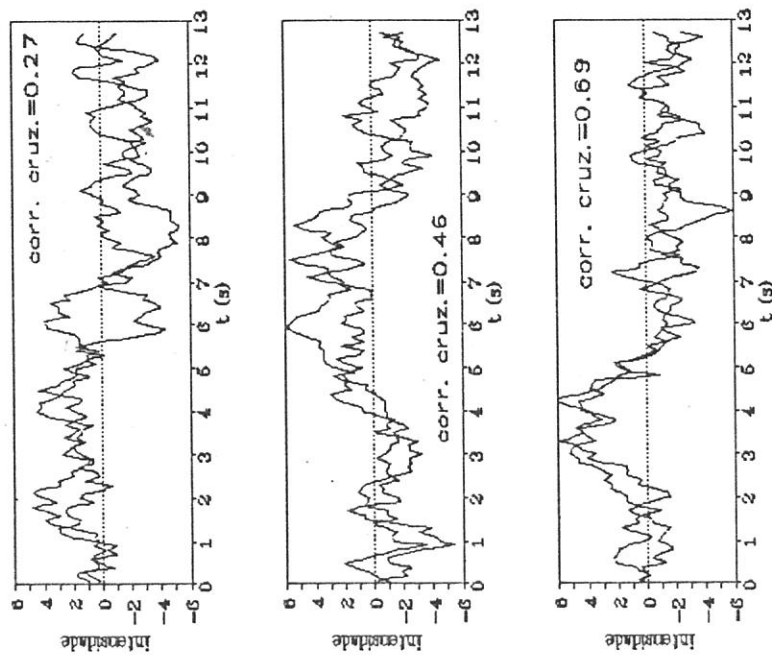


Fig. 3 - Alguns exemplos típicos de séries sintéticas correlacionadas geradas pelo modelo espectral proposto.

#### 5. Considerações finais

Foram estudados alguns modelos de geração de séries sintéticas de intensidade do vento, obedecendo a correlações espaciais, séries mais tarde úteis para a simulação dinâmica de parques eólicos.

O modelo autoregressivo apresentou dificuldades de parametrização e de manutenção da correcta correlação cruzada entre séries. Como por outro lado as formulações equivalentes no domínio das frequências, utilizadas por outros autores, se mostram demasiado complexas e pouco parcimoniosas, apresentámos os princípios básicos de um método espectral baseado na interpretação física dos espectros de potência e de fases.

Os resultados obtidos nesta primeira fase são satisfatórios. A grande simplicidade, parcimónia e rapidez do método permite com grande vantagem a inclusão do modelo em apenas algumas linhas de código dos simuladores de parques eólicos.

No entanto, a teoria está ainda incipiente; por exemplo, não descreve satisfatoriamente o que acontece na gama de tamanhos característicos de turbilhão da ordem da distância entre os pontos considerados na geração das sequências, e considera apenas tais pontos alinhados perpendicularmente à direcção do vento. Outros aspectos não descritos, mas que se pensa também poderem vir a ser incluídos na teoria, são por exemplo os da geração de esteiras na interacção vento-máquinas, e da interacção vento-terreno.

#### 6. Referências

- Box, G. e Jenkins, G.: *Time Series Analysis*, 2nd. edition. Holden-Day, San Francisco (1976).
- Estanqueiro, A.: "Um Modelo de Comportamento de Conversores Eólicos de Eixo Horizontal", Tese de Mestrado, IST, Lisboa (1991).
- Fordham, E.J.: "The Spatial Structure Of Turbulence In The Atmospheric Boundary Layer". *Wind Engineering* 9, no. 2 (1985).
- Goh, T. e Natham, G.: "A Statistical Methodology For The Study Of Wind Characteristics From A Close Array Of Stations". *Wind Engineering* 3, no.3 (1979).
- Justus, C.G. e Mikhail, A.S.: "Energy Statistics For Large Wind Turbine Arrays". *Wind Engineering* 2, no.4 (1978).
- Lipman, N.H. et al.: "Fluctuations in Output from Wind Turbine Clusters". *Wind Engineering* 4, no. 1 (1980).
- Veers, P.; Three-Dimensional Wind Simulation. Sandia National Laboratories, Ref. SAND 88-0152 UC-261 (1988).
- Winkelaar, D.; "Fast Three-Dimensional Wind Simulation And The Prediction Of Stochastic Blade Loads". *10th. ASME Wind Energy Symposium*, Houston, 20-24 January. (1988).