

**DISEÑO CONSTRUCTAL DE CPCs Y LA EVOLUCIÓN DE LOS DISEÑOS TOLOKATSIN****González-Mora E.\*, Rincón-Mejía E.A.\*\***, Morillón Gálvez D.\*\*\*

\*Ingeniería en Sistemas Energéticos Sustentables, Universidad Autónoma del Estado de México, Cerro de Coatepec S/N, Toluca, 50100, México, [egonzalezmo@uaemex.mx](mailto:egonzalezmo@uaemex.mx)

\*\* Programa de Energía, Universidad Autónoma de la Ciudad de México, San Lorenzo 290, Ciudad de México, 03100, México, [rinconsolar@hotmail.com](mailto:rinconsolar@hotmail.com)

\*\*\* Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, CDMX, México, [dmg@pumas.iingen.unam.mx](mailto:dmg@pumas.iingen.unam.mx)

<https://doi.org/10.34637/cies2020.1.2013>

**RESUMEN**

En el presente trabajo, se demuestra el truncamiento óptimo de los CPCs empleando la Ley Cosntructal, estableciendo diferentes grupos funcionales que establecen los grados de libertad del sistema. Los grados de libertad involucran los parámetros geométricos que repercuten de manera directa en la potencia térmica que incide sobre el absorbedor (función objetivo). Al realizar la variación de los parámetros geométricos, se identifica el valor óptimo de operación. Posteriormente, se analiza la evolución de los diseños Tolokatsin en los 30 años de existencia, verificando un óptimo desempeño mediante una serie de pruebas experimentales en las que se recabaron mediciones de temperatura e irradiancia, para cuantificar la potencia térmica útil (carga de calentamiento) en el horno solar.

**PALABRAS CLAVE:** Ley Constructal, CPC, Tolokatsin, Evolución, Desempeño Térmico

**ABSTRACT**

In the present work, the optimal truncation of the CPCs is demonstrated using the Cosntructal Law, establishing different functional groups that establish the degrees of freedom of the system. The degrees of freedom involve the geometric parameters that directly affect the thermal power that affects the absorber (objective function). When performing the variation of the geometric parameters, the optimum operating value is identified. Subsequently, the evolution of Tolokatsin designs in the 30 years of existence is analyzed, verifying optimum performance through a series of experimental tests in which temperature and irradiance measurements were collected, to quantify the useful thermal power (heating load) in the solar oven.

**KEYWORDS:** Constructal Law, CPC, Tolokatsin, Evolution, Thermal Performance

## INTRODUCCIÓN

La teoría constructal establece que “para que un sistema de flujo de tamaño finito persista en el tiempo, debe evolucionar de tal manera que proporcione un acceso cada vez mayor a las corrientes que fluyen a través de él” (Bejan, 2016).

La ley constructal se ha aplicado a diversos sistemas de ingeniería (Rocha et al., 2012), y recientemente en sistemas de energía renovable analizando una chimenea solar y una columna de agua oscilante (Dos Santos et al., 2017). En ellos se establecen las configuraciones que deben tener los elementos involucrados para obtener la configuración más adecuada que favorezca los flujos involucrados.

Sin embargo, todo parece indicar que no existe un planteamiento para el diseño de sistemas de concentración solar empleando la teoría constructal. En lo que respecta a los CPCs, que pertenecen a sistemas denominados como concentradores sin formación de imagen, o de óptica anidólica, surgen a mediados de la década de los 60 del siglo XX, y se ha extendido su uso debido a que las aberraciones de la óptica clásica no afectan adversamente el flujo de radiación al no necesitar formar una imagen virtual del Sol en el absorbedor; lo que permite alcanzar las máximas concentraciones geométricas teóricas (Chaves, 2017; Winston et al., 2005), que corresponden al límite termodinámico.

## PLANTEAMIENTO DEL ANÁLISIS CONSTRUCTAL

Se puede definir al CPC como un concentrador en el que los rayos que ingresan al concentrador con un semi ángulo máximo  $\theta_{max}$  respecto al eje focal (rayos extremos), deben ser reflejados por el espejo de modo que incidan de manera tangente al absorbedor; mientras que todos los rayos que ingresen con un ángulo menor al semi ángulo máximo  $\theta$  (es decir dentro de la ventana angular de amplitud  $2\theta_{max}$ ), sean dirigidos al absorbedor tras pasar por la óptica interna del CPC (reflexión y/o refracción) (González-Mora & Rincón-Mejía, 2018).

Así, el CPC quedará definido bajo las variables geométricas de las áreas de entrada y salida ( $a, a'$ ), el semi-ángulo de aceptación ( $\theta_0$ ) y en consecuencia la altura del concentrador ( $h$ ) y la longitud de los segmentos parabólicos ( $l$ ) del CPC. Estas variables geométricas nos permiten caracterizar tanto ópticamente al concentrador mediante el número promedio de reflexiones ( $N$ ), como térmicamente mediante la potencia calorífica que es captada en el receptor ( $\dot{Q}$ ).

De estas variables, se establece de manera intuitiva a la concentración geométrica  $C_g = a/a'$  como el parámetro que nos permita relacionar el resto de las variables mediante grupos funcionales que permiten caracterizar la geometría  $h/a = h/a(C_g)$  y  $l/a = l/a(C_g)$ ; y la energía  $N = N(C_g)$  y  $\dot{Q} = \dot{Q}(C_g, N)$  que establecen los grados de libertad del sistema. Para establecer las relaciones, se emplea la forma paramétrica de las ecuaciones de un CPC con absorbedor unitario descritas en la ec. (1), donde la concentración geométrica estará definida por la ec. (2) y la longitud de los segmentos parabólicos por la ec. (3).

$$\begin{cases} x_1(t) = \frac{(1 + \sin \theta_0) \cos t}{1 - \sin(t - \theta_0)} \\ x_2(t) = \frac{(1 + \sin \theta_0) \sin t}{1 - \sin(t - \theta_0)} \end{cases} \quad (1)$$

$$C_g = 2x(t) - 1 \quad (2)$$

$$l(t) = 2 \int_{t_0}^{t_f} \sqrt{(dx_1)^2 + (dx_2)^2} dt \quad (3)$$

Con las ecuaciones descritas en (1)-(2), se puede establecer el primer grupo funcional  $h/a(C_g)$  en donde el caso límite será cuando el CPC no se encuentre truncado ( $C_g = 1/\sin \theta_0$ ). El número de reflexiones promedio se puede estimar mediante las relaciones de Rabl (1976) para un CPC con y sin truncamiento  $N(C_g)$ , mientras que el grupo restante puede relacionarse mediante

$$\dot{Q} = \alpha \rho^N \tau \left( C_g G_b + \frac{G_d}{C_g} \right) \quad (4)$$

Donde  $\alpha$  es la absortancia del receptor,  $\rho$  es la reflectancia del espejo,  $\tau$  es la transmitancia de algún tipo de cubierta,  $G_b$  es la irradiancia directa y  $G_d$  es la irradiancia difusa. Es evidente que el funcional  $\dot{Q}(C_g)$  será la función objetivo en este problema, mientras que los grupos funcionales  $h/a = h/a(C_g)$ ,  $l/a = l/a(C_g)$  y  $N = N(C_g)$  establecen los primeros grados de libertad.

RESULTADOS DEL ANÁLISIS

Ángulo de truncamiento

El primer paso fue variar el semi-ángulo de aceptación  $\theta_0$  que permita que la mayor cantidad de radiación pueda entrar al CPC sin sufrir algún tipo de bloqueo minimizando la altura del CPC. Al hacer esta variación de parámetros, se determina que que el CPC debe truncarse de modo que todos los rayos paralelos a los extremos (línea  $\mathcal{L}_{AC}$  de la Fig. 1) no sean bloqueados por los espejos del CPC. Esto implica que la línea  $\mathcal{L}_{QT}$ , que es tangente al espejo parabólico  $\overline{BC}$  en el punto  $T$ , debe ser paralela al extremo del rayo  $\overline{AC}$  (Rincón Mejía et al., 2009). Esta condición se cumple cuando  $t = \frac{\pi}{2} - 3\theta_0$  será el ángulo al cual deberá truncarse un CPC.

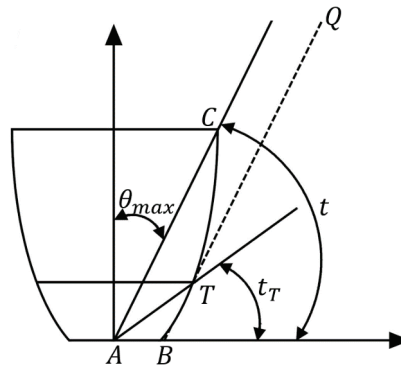
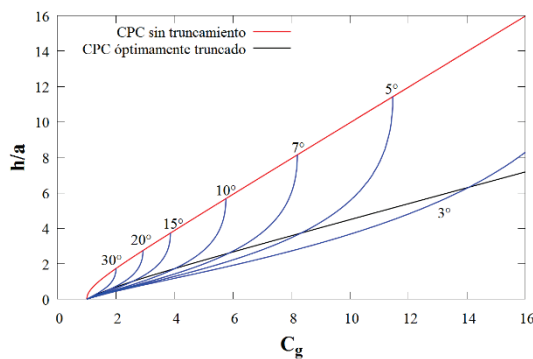


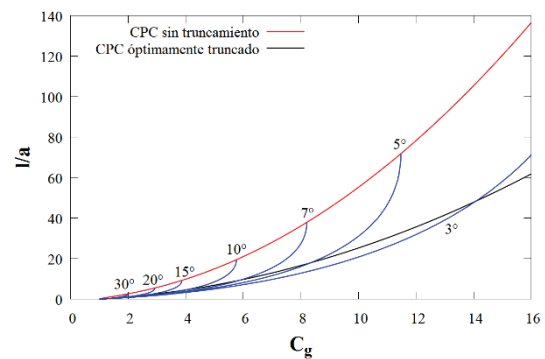
Fig. 1. Planteamiento geométrico del criterio de truncamiento (González-Mora & Rincón-Mejía, 2018).

Caracterización geométrica

Una vez que se ha desarrollado el análisis sobre el ángulo de truncamiento para minimizar la altura del CPC, es posible evaluar los primeros grados de libertad. En la Fig. 2(a) se muestran los resultados del grupo funcional  $h/a$  y en la Fig. 2(b) los del grupo  $l/a$ . En ambas gráficas se aprecia claramente cómo disminuye la altura del CPC sin sacrificar concentración geométrica y una disminución considerable en la cantidad de lámina especular a emplear por unidad de longitud del CPC.



Relación de la altura con la apertura de un CPC



Relación de área del reflector con la apertura de un CPC

Fig. 2. Parámetros geométricos de un CPC.

Reflexiones promedio

Para determinar las reflexiones promedio que puede tener un CPC se siguió la metodología descrita por Rabl (1976), en donde se extrapola para el sistema truncado ópticamente. Las gráficas de un CPC con y sin truncamiento vienen en pares como se aprecia en la Fig. 3, en donde cada una representa el número de reflexiones máximas y mínimas promedio en el sistema óptico. Nótese que el número máximo de reflexiones en el CPC truncado ópticamente es menor que las reflexiones mínimas de un CPC sin truncamiento hasta una concentración geométrica menor a 7,4.

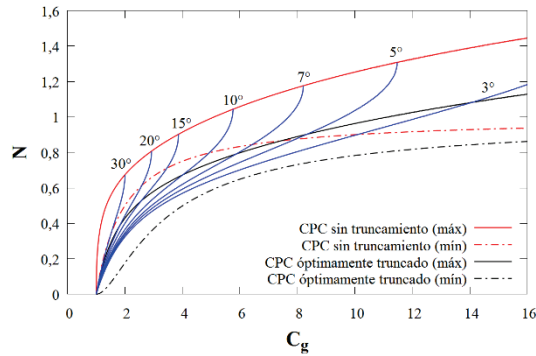


Fig. 3. Número de reflexiones promedio en un CPC.

#### Función objetivo: Potencia térmica en el absorbedor

Finalmente, se ha evaluado la cantidad de potencia térmica que logra llegar al receptor (ver Fig. 4). En el presente análisis se ha modelado un CPC con una absorptancia  $\alpha = 0,9$ , una reflectancia  $\rho = 0,94$  y una transmitancia  $\tau \cong 1$ ; y en donde la irradiación se ha fijado como  $G_b = 700 \text{ Wm}^{-2}$  y  $G_d = 100 \text{ Wm}^{-2}$ , valores razonablemente bajos en la zona de aplicación. Como puede apreciarse en la gráfica, la potencia térmica que logra llegar hacia al receptor aumenta ligeramente con un truncamiento óptimo. Esto se debe a que la radiación difusa ahora está ingresando al CPC en una ventana angular 3 veces mayor.

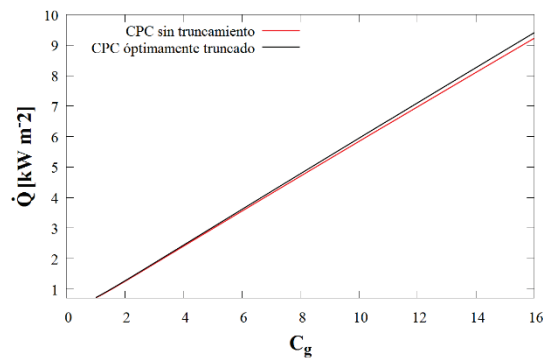


Fig. 4. Potencia térmica sobre el receptor.

#### EVOLUCIÓN DE LOS DISEÑOS TOLOKATSIN

Toda la gama de diseños Tolokatsin, hornos y comales (Rincón Mejía & Lentz, 2008), calentadores de aire (Rincón Mejía et al., 2009), esterilizadores (González Mora et al., 2016) y sistemas de tratamiento de agua (González-Mora & Rincón-Mejía, 2019), toman como base el criterio de óptimo truncamiento que, como se demostró en el apartado anterior, permite favorecer el flujo de radiación hacia el absorbedor, minimizando el número de reflexiones promedio y la altura del concentrador. Sin embargo, el único modelo que ha evolucionado es el horno, debido a que el resto de los diseños ya incluyen las experiencias recabadas a través de casi 30 años de desarrollo. Así, el diseño insignia (horno) ha evolucionado de la siguiente manera:

- CPC con absorbedor circular con espejos curvos transversales, Fig. 5(a)
- CPC con absorbedor de sección circular con dos pares de CPC transversales para una geometría 3D, Fig. 5(b)

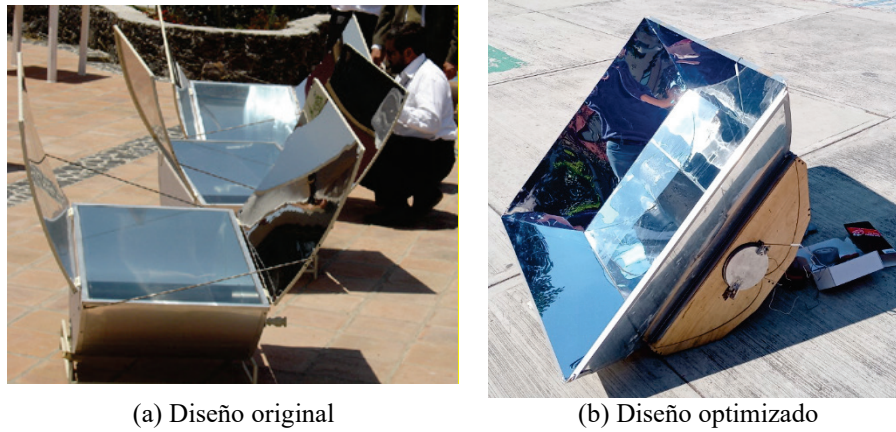


Fig. 5. Evolución de las Tolokatsin para disminuir la altura manteniendo la concentración geométrica.

El Tolokatsin original, CPC con dos espejos curvos transversales, Fig. 5(a) pese a cumplir con el objetivo de cocinar, los espejos transversales hacían que el horno tuviera una altura final considerable y presentara riesgo de volcadura. Es en este punto (unos años después del diseño original) que el criterio de truncamiento óptimo surge para obtener un dispositivo que disminuya la altura sin sacrificar la concentración. Cuando se acoplaron dos pares de CPC transversales, Fig. 5(b), es posible obtener una geometría 3D con espejos de simple curvatura (2D). La ventaja de lograr una geometría 3D con espejos 2D radica en la facilidad de fabricación; aunado a que, la altura del CPC ahora se reduce en un 60% con una concentración total de 2,75.

Prueba experimental

El 15 de enero del 2020 se realizaron una serie de mediciones sobre el aumento en temperatura en un horno con dos charolas Tolokatsin (Rincón Mejía et al., 2020). Se colocaron inicialmente muestras de 3,5 kg de agua en cada charola para un total de 7 kg de agua dentro del horno por dos horas; registrando la temperatura del fluido, la temperatura del medio ambiente, Fig. 6(a); con lo que es posible obtener la potencia térmica ajustada que entrega el horno Tolokatsin en función de la irradiancia medida, que se muestran en la gráfica de la Fig. 6(b).

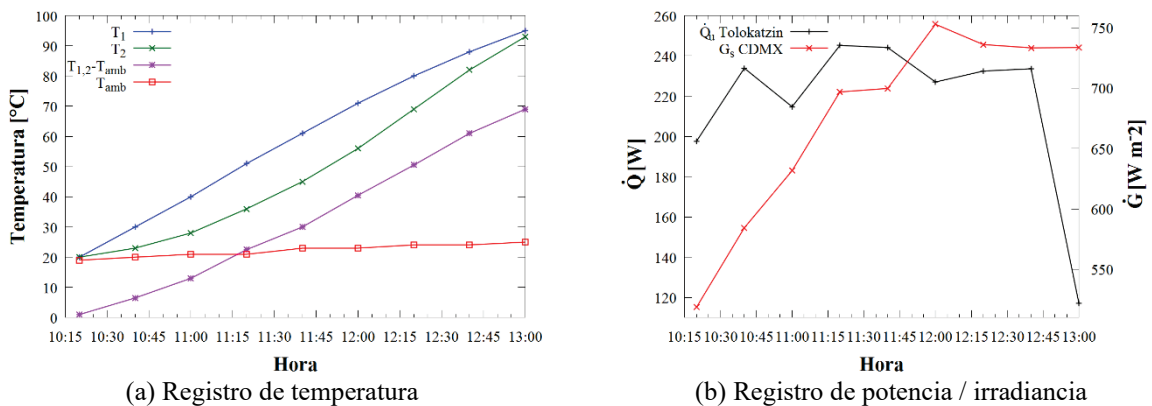


Fig. 6. Resultados experimentales.

Análisis de resultados

En la Fig. 6(a), se muestra el incremento en la temperatura en los hornos, alcanzando en dos horas una temperatura cercana a los 90 °C, para una diferencia máxima de 69 °C respecto al medio ambiente. Las mediciones de irradiancia muestran algunas variaciones, debido a presencia de nubes; sin embargo, la inercia térmica, y la forma en cómo se distribuye la luz sobre el receptor evita que la potencia térmica útil disminuya, alcanzando un valor máximo de 245 W que puede fácilmente incrementarse en un 15% aproximadamente.

## CONCLUSIONES

Con el empleo de la Ley Constructal, se ha demostrado que el ángulo óptimo de truncamiento, además de favorecer la transferencia de la energía solar hacia el absorbedor, disminuye la altura de los CPCs así como la cantidad de reflector a emplear. Además, debido a haber optimizado el ángulo de truncamiento, el número de reflexiones promedio disminuye considerablemente, lo que repercute de manera directa en una mayor cantidad de potencia térmica que logra llegar al absorbedor.

La evolución, aplicando la ley constructal en el refinamiento del diseño de los concentradores Tolokatsin, que toma como principio de diseño el truncamiento óptimo de los sistemas, lleva a rendimientos cada vez más altos, como debe ocurrir en toda tecnología para el aprovechamiento energético. El diseño insignia, horno solar, ha sido el sistema que más ha evolucionado en 30 años de mejora continua. Los demás diseños para diferentes aplicaciones, como el esterilizador o el sistema de tratamiento de aguas residuales, no han sido modificados debido a que de las experiencias en la operación de los hornos se han acoplado desde la concepción de estos sistemas para operar en las condiciones más eficientes.

## REFERENCIAS

- Bejan, A. (2016). *Advanced Engineering Thermodynamics*. In John Wiley & Sons (1st ed.). Wiley.
- Chaves, J. (2017). *Introduction to NONIMAGING OPTICS* (2nd ed.). CRC Press.
- Dos Santos, E., Isoldi, L., Gomes, M., & Rocha, L. (2017). The constructal design applied to renewable energy systems. In E. Rincón-Mejía & A. de las Heras (Eds.), *Sustainable Energy Technologies* (1st ed., pp. 45–59). CRC Press.
- González-Mora, E., & Rincón-Mejía, E. A. (2018). Conceptos básicos de la concentración solar. Notas de clase. FI-UAEM. (p. 130).
- Rabl, A. (1976). Optical and thermal properties of compound parabolic concentrators. *Solar Energy*, 18(6), 497–511. [https://doi.org/10.1016/0038-092X\(76\)90069-4](https://doi.org/10.1016/0038-092X(76)90069-4)
- Rincón Mejía, E. A., Durán García, M. D., & Lentz Herrera, Á. (2009). New Solar Air Heater Based on Non-Imaging Optics for High-Temperature Applications. *ASME 2009 3rd International Conference on Energy Sustainability*, Volume 2, April, 839–844. <https://doi.org/10.1115/ES2009-90306>
- Rocha, L. A. O., Lorente, S., & Bejan, A. (2012). *Constructal Law and the Unifying Principle of Design*. Springer New York. <https://books.google.com.mx/books?id=IMC6BQAAQBAJ>
- Winston, R., Miñano, J., & Benítez, P. (2005). *Nonimaging optics* (1st ed.). Elsevier.