

Utilização de informação auxiliar (qualitativa e quantitativa) na estimação de variáveis regionalizadas. Aplicação ao jazigo aurífero de Castromil

Use of auxiliary information (qualitative and quantitative) in estimation of regionalised variables. Application to the Castromil Au deposit

A. G. LUÍS* & A. J. SOUSA**

Palavras-chave: Geostatística multivariada, índices de síntese, variável indicatriz, estimação de ouro.

Resumo: A metodologia apresentada neste trabalho recorre a uma abordagem holística para estimar a distribuição espacial dos valores de uma variável quantitativa principal, através da combinação da informação sobre essa variável com informação auxiliar quantitativa e qualitativa. Nesse sentido, numa primeira fase são calculadas variáveis de síntese da informação auxiliar, que viabilizam a estimação dos valores da variável principal em dois tempos: primeiro, utilizando as variáveis de síntese para estimar classes da variável principal, a que se segue a utilização dessas classes para condicionar a estimação dos valores da própria variável principal. Os valores obtidos pela metodologia são “julgados” pela sua competência, através da aplicação de testes de precisão.

Apresenta-se uma aplicação da metodologia no jazigo aurífero de Castromil, em que a variável principal é o teor em Au e a informação complementar é, por um lado, os teores em Ag e, por outro, as litologias e as cores do material atravessado pelas sondagens de reconhecimento. A comparação entre os resultados da estimação do teor em Au em blocos de desmonte $5 \times 5 \times 4 \text{ m}^3$, obtidos pela metodologia proposta e pela krigagem tradicional, mostra algumas diferenças significativas como consequência da utilização ou não da informação auxiliar, quer na quantidade de Au a recuperar através de suportes de desmonte quer na sua provável distribuição espacial.

Key-words: Multivariate geostatistics, synthetic variables, indicator variables, gold estimation.

Abstract: The methodology presented in this work appeals to a holistic approach to estimate the spatial distribution of the values of the main quantitative variable, using a combination of the values of this variable with other quantitative and qualitative data. It is a two stage methodology. In the first stage, synthetic variables that summarize the auxiliary data are calculated. Then, class values of the main variable are estimated using those synthetic variables. In the second stage those class values are used as external variables in the estimation of the main variable. The values obtained by the methodology are validated through the application of accuracy tests.

An application of the methodology in the auriferous orebody of Castromil is presented. The main variable in this case study is the Au grade and the secondary information is Ag grades and the lithology and the colour of the material cut by the recognition drill holes. Cross validation tests are used to validate the results. Then the methodology is applied to estimate the Au grades in $5 \times 5 \times 4 \text{ m}^3$ blocks and the results are compared with those obtained by ordinary kriging.

INTRODUÇÃO

Desde os tempos mais remotos que a humanidade é obrigada a recorrer à Natureza para conseguir toda a espécie de recursos necessários à sua sobrevivência. Esta interação, associada à capacidade de inovação tecnológica, originou um consumo de recursos naturais que tem vindo a aumentar continuamente. Assim, se os nossos ancestrais começaram apenas pela satisfação da dieta alimentar imprescindível à sua subsistência, a mola tecnológica encarregou-se de redimensionar as necessidades que passaram a ter de satisfazer a produção de utensílios de

caça, defesa, trabalho, habitação, lazer, etc.. A exploração de recursos naturais é, deste modo, indispensável até nas sociedades com maior sensibilidade às ideologias ecológicas, sendo um elemento essencial para o desenvolvimento e bem-estar da sociedade contemporânea.

A continuada globalização e adopção dos chamados mecanismos da livre circulação/comercialização/produção, associados a uma rápida e generalizada consciencialização dos cidadãos para as causas socioculturais e ambientais, trouxe para o sector da exploração dos recursos naturais novos custos que só podem ser ‘absorvidos’ através de um aumento de produtividade nas técnicas utiliza-

* Instituto Geológico e Mineiro, Centro de Informação Científica e Técnica, Estrada da Portela, Zambujal, 2720 Alfragide

** Instituto Superior Técnico, Centro de Geo-Sistemas, Av. Rovisco Pais, 1096 Lisboa Codex

das na sua pesquisa, caracterização e exploração. Assim, a avaliação/aprovação social de projectos desta natureza deve cada vez mais ser encarada pela sociedade como uma via fundamental ao seu bem-estar e, em conformidade, é necessário analisar e ponderar racionalmente em tempo útil os principais factores positivos ou negativos de um empreendimento desta natureza. Como consequência directa desta posição, algumas reservas têm sido redefinidas ou abandonadas, obrigando à descoberta e caracterização de outras para compensarem, quer as abandonadas, quer a depleção e subida generalizada dos teores necessários à satisfação das contrapartidas e expectativas geradas.

A impossibilidade de avaliar exaustivamente uma variável característica da “qualidade” dos sistemas naturais, quer sejam geológicos, mineiros, ambientais e/ou quaisquer outros, originou um único modo de recolha directa de informação, chamado “amostragem pontual”, que possui o enorme inconveniente de transportar apenas um conhecimento diminuto, isolado e fragmentado da informação contida em qualquer destes “domínios”. Esta incapacidade motivou a procura de processos capazes de tornarem o desconhecido, “conhecido”, à custa da informação fragmentária, levando à utilização de métodos deterministas, como os polígonos de influência e o inverso do quadrado das distâncias, até à década de 70. No entanto, estes métodos ofereciam pouca confiança, visto serem incapazes de contabilizar quaisquer formas de incerteza, sempre presente nestas operações, e não incorporarem qualquer medida de continuidade estrutural dos fenómenos em análise.

A procura das melhores caracterizações globais destes domínios originou a busca de metodologias capazes de colmatar estas lacunas, tendo conduzido ao aparecimento dos chamados processos de estimação geostatística, que incorporam a relação espacial da grandeza amostrada, quantificada pela função matemática variograma, nos respectivos modelos de interpolação. Além disso, asseguram dois critérios de qualidade: o não enviesamento, ou seja, a imposição dos valores estimados estarem centrados em torno dos valores reais desconhecidos e a minimização da variância de estimação (definida como a variância dos desvios entre os valores estimados e os reais) que traduz a maior precisão atribuída ao estimador. A necessidade de valorizar toda a informação disponível para maximizar a precisão do estimador originou abordagens holísticas e conduziu à utilização de processos de estimação que utilizam as interdependências e correlações com e entre variáveis auxiliares obtidas na amostragem, como alternativa para superar ou complementar a falta de informação sobre a variável de maior interesse ou

principal. Tradicionalmente, estas variáveis eram apenas quantitativas, resultantes de medidas efectuadas sobre as amostras. No entanto, a necessidade de melhorar o aproveitamento da informação produzida tem estimulado a utilização da informação qualitativa, resultante da interpretação dos fenómenos (naturais), que passou a ser encarada como uma importante mais valia. As variáveis qualitativas resultam de interpretações realizadas sobre a amostragem, sendo geradoras de registos textuais algo imprecisos. No entanto, uma avaliação qualitativa, desde que categorizada e codificada, pode dar origem a uma forma de ‘medição’ capaz de servir de base a abordagens estatísticas não tradicionais.

A metodologia apresentada aqui serve-se da combinação da diversa informação produzida durante os trabalhos de levantamento e tratamento dos dados de campo, para tentar encontrar e utilizar a respectiva estrutura, na optimização e na estimação da variável principal do jazigo aurífero de Castromil. A informação auxiliar ou secundária é composta pelos teores assumidos pela prata que, com o ouro, constituiu a totalidade dos dados quantitativos. A informação qualitativa auxiliar consiste nos valores resultantes da codificação das variáveis Litologias e Cor.

A metodologia de estimação da variável Au proposta neste trabalho desenvolve-se em duas fases e utiliza quer os valores amostrais de Au (variável primária), quer os das variáveis auxiliares, transformados através da Análise Factorial das Correspondências em variáveis sintéticas (índices) que resumem quantitativamente a informação complementar.

METODOLOGIA

Neste trabalho introduz-se uma metodologia geostatística para avaliação de recursos naturais, que procura integrar no processo de estimação da variável útil toda a informação disponível, geralmente complementada por valores ou observações de outras variáveis presentes na amostragem (variáveis auxiliares). A natureza desta informação auxiliar é diversa, podendo ser de cariz quantitativo e/ou qualitativo e apresenta em geral diferentes níveis de precisão, representando em alguns casos informação difusa ainda que não desprezável. Nestas situações, é desaconselhada a utilização, isolada, das usuais técnicas geostatísticas de co-estimação (GOOVAERTS, 1997; SOARES, 2000), como a cokrigagem ou a krigagem com deriva externa.

A metodologia aqui expressa decorre em duas fases e combina os métodos factoriais de análise de dados com diferentes técnicas geostatísticas de co-estimação ou

estimação cruzada. Na primeira fase, procede-se apenas à estimação dos níveis de valores (classes) da variável primária (por exemplo: baixos, médios ou altos) através de uma técnica de co-estimação. Esta fase, cujo resultado é, portanto, uma estimação “grosseira” dos valores da variável envolve os seguintes passos:

1. Recodificação das variáveis quantitativas primária(s) e/ou auxiliar(es), através da classificação em classes, de modo a conferir a todas o mesmo estatuto.
2. Descrição das relações entre as variáveis utilizando um método factorial de análise de dados. Tipicamente, dada a natureza qualitativa de algumas das variáveis em análise, o método mais adequado será a Análise Factorial das Correspondências, para produzir índices de síntese capazes de resumir as variáveis auxiliares e verificar os respectivos relacionamentos com a variável principal.
3. Estimação das classes da variável primária, codificadas como indicatrizes (SOARES, 2000) através da co-krigagem com deriva externa, em que os índices obtidos pela Análise Factorial das Correspondências são utilizados como variáveis externas.

Na segunda fase, a variável primária (na sua forma qualitativa) é co-estimada por krigagem com deriva externa à custa dos valores estimados para as classes obtidas na primeira fase.

Por fim, são realizados testes de validação cruzada (SOARES, 2000), que permitem aferir a eficiência da metodologia e comparar os resultados finais com os obtidos pelo método tradicional de krigagem ordinária.

ANÁLISE DE DADOS

Análise Factorial das Correspondências

Com o objectivo de pesquisar as associações entre variáveis em tabelas de contingência, J. P. Benzécri (BENZÉCRI, 1973) formulou uma metodologia, a Análise Factorial das Correspondências (AFC), que assenta no procedimento dos métodos factoriais e é indicada para descrever conjuntos de dados qualitativos. A diversidade de variáveis a tratar (sejam elas nominais, ordinais ou quantitativas transformadas em qualitativas) exige a codificação da informação de partida numa tabela Q de dimensões $N \times P$ (N linhas por P colunas), onde, na intersecção da linha i (pertencente ao conjunto I de cardinal N) com a coluna j (pertencente ao conjunto J de cardinal P), se encontra um código numérico K (i, j) que relaciona,

de algum modo, a linha i com a coluna j (PEREIRA & SOUSA, 1988). Esta tabela é designada por matriz disjuntiva completa, sendo com base nela que é calculada uma matriz com estrutura especial, designada por matriz de Burt, que serve de base à análise factorial das correspondências (AFC). A matriz de Burt é quadrada, de dimensão igual ao número total de modalidades de todas as variáveis, e simétrica. Resulta do produto $Q^T Q$ e é constituída por submatrizes em número igual ao quadrado do número total de modalidades. As submatrizes da diagonal principal são matrizes diagonais e representam a frequência dos indivíduos em cada modalidade e as restantes submatrizes representam a frequência de indivíduos que co-ocorrem nas diferentes modalidades.

A AFC pretende explicitar a estrutura de quadros de dados do tipo referido anteriormente, tornando exequível a interpretação da variabilidade de uma população com recurso a um pequeno número de factores independentes. A utilização desta técnica permite apresentar, de forma mais inteligível, a estrutura principal dos dados, através da sua projecção numa dimensão mais reduzida, com uma perda mínima de informação.

Construção de índices de síntese

A AFC tem, num primeiro ponto de vista, um desígnio puramente descritivo que permite expor, de modo mais ou menos claro, as oposições e similitudes entre os objectos em análise, através de gráficos planos definidos pelos primeiros eixos factoriais, num número que satisfaça a percentagem de inércia acumulada desejada. Assim, basicamente, cada eixo factorial é encarado como uma variável independente que traduz as projecções das propriedades de acordo com o significado dado pelo respectivo conjunto, o que, associado à minimização da perda de informação, torna as coordenadas das projecções nos eixos factoriais boas representantes de condensação da informação de partida, com uma representatividade igual à soma das inércias dos eixos considerados. Deste modo, as coordenadas nos eixos da AFC podem ser utilizadas como índices de síntese, usados como variáveis quantitativas que sumarizam um grande número de atributos qualitativos.

ESTIMAÇÃO GEOSTATÍSTICA

Generalidades

Uma das mudanças mais significativas na abordagem dos fenómenos relacionados com a quantificação dos re-

curios naturais, ocorrida no último quartel do séc. XX, prende-se com a conceptualização e generalização da utilização de modelos geomatemáticos, para estimar uma população com base numa amostragem. Esta abordagem, baseada na quantificação da contiguidade espacial da variável em análise, é realizada no pressuposto de terem existido fenómenos aglutinantes, no domínio em análise, que originaram cenários onde os valores assumidos estão de alguma forma dependentes das posições espaciais ocupadas. Esta noção de dependência espacial levou KRIGE, em 1951, a concluir que as concentrações de ouro só eram explicáveis, se a distância entre observações fosse tomada em conta. Foi baseado nestas conclusões empíricas que MATHERON desenvolveu a teoria das variáveis regionalizadas (V. R.), que concilia este aspecto estruturado com uma característica aleatória que traduz a variação irregular resultante da múltipla variedade de factores dos processos genéticos. É este duplo aspecto, aparentemente contraditório, que permite considerar o valor $z(x_i)$ de uma V. R. $Z(x)$, no ponto x_i , como uma realização particular da variável aleatória $Z(x_i)$. A estimação geostatística baseia-se no variograma e pode assumir diferentes formas, como a seguir se descreve. A comparação dos resultados obtidos por cada método é efectuada pelos testes de validação cruzada tratados adiante.

Análise variográfica univariada

O primeiro passo da metodologia geostatística consiste na análise estrutural (PEREIRA, 1981), que pretende caracterizar e quantificar o modo como as V. R. se dispersam no espaço. A função matemática variograma $[\gamma(h)]$, dada pelas variações da semidiferença quadrática média entre pontos separados pelo vector h , permite calcular a correlação espacial média, sendo com base nela que é desenvolvida e aplicada a generalidade dos processos de estimação.

Uma vez que a V. R. caracteriza um dado fenómeno que não é normalmente conhecido em todos os pontos do seu domínio, mas somente nos pontos amostrados, torna-se necessário calcular a função variograma experimental através da seguinte expressão:

$$\gamma^*(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [z(x_i + h) - z(x_i)]^2, \forall i \in \text{ao domínio}$$

em que $N(h)$ é o número de pares de pontos separados pelo vector h .

Após a estimação do variograma experimental, analisam-se as características estruturais mais importantes do fenómeno em estudo e ajusta-se uma função matemática - modelo teórico - que, nas aplicações geostatísticas relacionadas com as Ciências da Terra, recorre frequentemente a um modelo esférico com efeito de pepita. Na maioria dos casos, o comportamento de um variograma varia com a direcção em que é calculado, dizendo-se então que estamos em presença de fenómenos anisótropos, com direcções preferenciais de variabilidade, designando-se por direcção principal a que apresenta maior continuidade.

Análise variográfica multivariada

Quando existe dependência espacial entre diferentes V. R. correlacionadas entre si, pode recorrer-se à variografia multivariada para produzir um quadro de correlações espaciais entre o número total de variáveis (N_v), sendo a dependência espacial entre duas variáveis $Z_i(x)$ e $Z_j(x)$ medida pela covariância cruzada e variograma cruzado:

$$C_{ij}(h) = E\{[Z_i(x) - m_i][Z_j(x+h) - m_j]\}, \forall i, j$$

$$\gamma_{ij}(h) = \frac{1}{2} E\{[Z_i(x) - Z_i(x+h)][Z_j(x) - Z_j(x+h)]\}, \forall i, j$$

onde se pode verificar que $\gamma_{ij}(h) = \gamma_{ji}(h)$, o que já não acontece com a $C_{ij}(h)$ que pode ser diferente de $C_{ji}(h)$ - ou seja, a covariância é uma função não-simétrica relativamente a h .

As grandes desvantagens da geostatística multivariada prendem-se com a necessidade de modelar conjuntamente $[N_v \cdot (N_v - 1) / 2]$ variogramas cruzados e N_v variogramas simples. Também no caso multivariado, as estruturas

$$C_{ij}(h) = \sum_{l=0}^L b_{ij}^l C_l(h), \forall i, j$$

e o variograma cruzado são dados por:

$$\gamma_{ij}(h) = \sum_{l=0}^L b_{ij}^l \gamma_l(h), \forall i, j$$

imbricadas dos variogramas cruzados têm de assegurar a positividade da variância das combinações lineares existentes, sendo necessário, portanto, recorrer à modelação por combinação linear de modelos básicos definidos positivos. O modelo linear de co-regionalização das $[N_v \cdot N_v]$ covariâncias simples e cruzadas pode ser definido por:

$$C_{ij}(h) = \sum_{l=0}^L b_{ij}^l C_l(h), \forall i, j \quad \text{ou} \quad \gamma_{ij}(h) = \sum_{l=0}^L b_{ij}^l \gamma_l(h), \forall i, j$$

onde b_i corresponde aos patamares das estruturas básicas $C(h)$. Existem algumas regras práticas de ajuda à modelização da co-regionalização de sistemas multivariados por modelos lineares (que podem ser vistas em GOOVAERTS, 1997; SOARES, 2000).

Krigagem ordinária

Nas Ciências da Terra, para estimar valores de V. R. num suporte desconhecido (volume unitário de estimação, considerado homogéneo para a variável a estimar), é comum o recurso a um conjunto de processos genericamente denominados por processos de krigagem, como forma de reconhecimento aos trabalhos desenvolvidos por D. KRIGE (1951), que aplicou ponderadores que traduziam as relações espaciais da variável amostrada. Deste conjunto, o processo mais utilizado é a krigagem ordinária (KO) que recorre aos ponderadores lineares de krigagem (GOOVAERTS, 1997; SOARES, 2000) para combinar linearmente a informação existente e garantir dois critérios de qualidade: não-enviesamento e minimização da variância de estimação.

O cálculo do estimador de $KO[z(x_0)]_{ko}^*$ para um suporte x_0 traduz-se numa combinação linear das N amostras experimentais $z(x_i)$, vizinhas do suporte a estimar, onde é garantido o não-enviesamento e a minimização da variância de estimação, conforme se ilustra na equação seguinte:

$$[z(x_0)]_{KO}^* = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KO} z(x_{\alpha})$$

em que:

- $[z(x_0)]_{ko}^*$ – valor estimado por KO para a variável no suporte x_0 ;
- $z(x_{\alpha})$ – valores da variável nos pontos conhecidos x_{α} e que intervêm na estimação do suporte x_0 ;
- λ_{α} – ponderadores a afectar a cada um dos valores $z(x_{\alpha})$;
- n – número de pontos $z(x_{\alpha})$ que intervêm na estimação do suporte.

Cokrigagem ordinária

Quando se efectua a amostragem de uma grandeza num determinado domínio, é comum amostrar também

(e/ou até já possuir) informação sobre algumas grandezas secundárias, que podem ser aproveitadas para melhorar os processos de estimação, o que por vezes assume particular importância, quando a informação principal é escassa e/ou a sua contiguidade espacial débil. A interdependência entre os valores de um conjunto de V. R., presentes num determinado domínio, originou por sua vez o aparecimento das chamadas Variáveis Corregionalizadas (V. C.) e levou ao aparecimento da geostatística multivariada, formulada por MATHERON (GOOVAERTS, 1997) com o objectivo, à semelhança da geostatística univariada, de encontrar os melhores estimadores e respectivos erros de estimação, tendo por base as contiguidades espaciais de cada e entre as várias V. R.

Para integrar toda esta informação no processo de estimação de V. C., pode utilizar-se o processos de estimação multivariada de cokrigagem ordinária (CKO). Este processo, tal como todos os processos de krigagem, é um interpolador exacto, ou seja, honra todos os valores amostrais da V. R. principal, advindo as suas principais vantagens comparativamente à estimação univariada, da capacidade de incorporar, para além das correlações espaciais existentes entre as amostras da V. R. principal, as existentes entre as amostras de cada V. R. secundária, e entre todas as amostras de todas as V. R. intervenientes no processo. Mantém-se também a coerência entre a estimação da soma dos termos e a estimação particular de cada um.

O processo de estimação recorre à V. R. principal, conhecida em N_1 pontos amostrados $\{Z_1(x_{\alpha 1}), \alpha 1 = 1, \dots, N_1\}$ e às N_s variáveis secundárias conhecidas nos N_i pontos amostrados, $\{Z_i(x_{\alpha i}), \alpha = 1, \dots, N_i, i = 2, \dots, N_{s+1}\}$ para produzir um estimador linear, em que o número total de variáveis, $N_n = N_s + 1$. No caso de existir apenas uma V. R. secundária, este processo pode ser descrito pela seguinte combinação linear dos respectivos valores mais próximos, delimitados pelo raio de busca:

$$[z_1(x_0)]_{CKO}^* = \sum_{\alpha_1=1}^{N_1} \lambda_{\alpha_1}^{CKO} z_1(x_{\alpha_1}) + \sum_{\alpha_2=1}^{N_2} \lambda_{\alpha_2}^{CKO} z_2(x_{\alpha_2})$$

Tratando-se de um estimador que se quer não-enviesado e com variância de estimação mínima, torna-se necessário utilizar os seguintes constrangimentos nos ponderadores:

$$\sum_{\alpha_1=1}^{N_1} \lambda_{\alpha_1}^{CKO} = 1 \quad \text{e} \quad \sum_{\alpha_2=1}^{N_2} \lambda_{\alpha_2}^{CKO} = 0$$

o que conduz ao seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \sum_{\alpha_1=1}^{N_1} \lambda_{\alpha_1}^{CKO} C_{z_1}(x_{\alpha_1}, x_{\beta_1}) + \sum_{\alpha_2=1}^{N_2} \lambda_{\alpha_2}^{CKO} C_{z_1 z_2}(x_{\alpha_1}, x_{\alpha_2}) + \mu_1 = C_{z_1}(x_0, x_{\alpha_2}), & \alpha_1 = 1, \dots, N_1 \\ \sum_{\alpha_2=1}^{N_2} \lambda_{\alpha_2}^{CKO} C_{z_2}(x_{\alpha_2}, x_{\beta_2}) + \sum_{\alpha_1=1}^{N_1} \lambda_{\alpha_1}^{CKO} C_{z_1 z_2}(x_{\alpha_1}, x_{\alpha_2}) + \mu_2 = C_{z_1 z_2}(x_0, x_{\alpha_2}), & \alpha_2 = 1, \dots, N_2 \\ \sum_{\alpha_1=1}^{N_1} \lambda_{\alpha_1}^{CKO} = 1 \\ \sum_{\alpha_2=1}^{N_2} \lambda_{\alpha_2}^{CKO} = 0 \end{cases}$$

A generalização do estimador de CKO para um conjunto de (N_s) V. R. secundárias pode ser representada pelo seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{N_{VT}} \sum_{\beta_j=1}^{n_j} \lambda_{\beta_j}^{CKO} C_{ij}(x_{\alpha_i} - x_{\beta_j}) + \mu_i^{CKO} = C_{i1}(x_{\alpha_i} - x_0) \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \text{com } \alpha_i = 1, \dots, n_i \quad i = 1, \dots, N_{VT} \\ \sum_{\beta_i=1}^{n_i} \lambda_{\beta_i}^{CKO} = \delta_{i1} \quad i = 1, \dots, N_s \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \text{e onde: } \delta_{i1} = 1 \quad \text{para } i = 1, \dots, N_{VT} \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \delta_{i1} = 0 \quad \forall i \neq 1 \end{cases}$$

Krigagem com deriva externa

Os fenómenos físicos, intervenientes na diferenciação de algumas variáveis características de um recurso natural, originam por vezes V. R. com esperanças não-estacionárias, mesmo dentro dos limites do raio de busca. Em alguns destes casos, a estacionaridade das esperanças podem ser encaradas como função linear de V. R. auxiliares, presentes no domínio em estudo. Isto pode ser exemplificado, para o caso de apenas uma V. R. auxiliar, pelas relações encontradas entre as médias locais de pluviometria e a altitude topográfica (GOOVAERTS, 1998).

Na krigagem com deriva externa (KDE), a tendência é modelada como função linear de variáveis auxiliares externas Y(α) (MARECHAL, 1984), (GOOVAERTS, 1984), (SOARES, 2000):

$$m(\alpha) = a_0(\alpha) + a_1(\alpha)y(\alpha)$$

onde os dois coeficientes a₀ e a₁ são estimados conjuntamente com Z(x) e a deriva m(α₀) assume o valor da variável externa Y(α₀). Sendo o estimador definido por:

$$[Z(\alpha_0)]^* = \sum \lambda_{\alpha} Z(x_{\alpha})$$

Sendo a condição de não-enviesamento assegurada pela igualdade a zero da diferença entre valores reais e estimados:

$$\begin{aligned} E\{[Z(\alpha_0)]^* - Z(\alpha_0)\} &= 0 \\ E\left\{\sum_{i=1}^N \lambda_i Z(\alpha_i) - Z(\alpha_0)\right\} &= \sum_{i=1}^N \lambda_i m(\alpha_i) - m(\alpha_0) \\ \sum_{i=1}^N \lambda_i [a_0 + a_1 Y(\alpha_i)] - [a_0 + a_1 Y(\alpha_0)] &= 0 \end{aligned}$$

de onde resulta mais uma condição de universalidade, por cada variável auxiliar de deriva externa, a acrescentar à condição de universalidade da KO, através dos seguintes constrangimentos dos ponderadores λ_i:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \lambda_i Y(\alpha_i) &= Y(\alpha_0) \\ \sum_{i=1}^N \lambda_i &= 1 \end{aligned}$$

Para tornar mais inteligível o processo KDE, pode recorrer-se à sua decomposição num valor médio e num resíduo:

$$Z(x) = m(x) + R(x) \text{ em que } R(x) \text{ tem média nula e covariância } C_R(h)$$

onde os ponderadores λ_i são obtidos do sistema de n + 2 equações lineares:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \lambda_i C_R(\alpha_j, \alpha_i) + \mu_0 + \mu_1 Y(\alpha_j) = C_R(\alpha_j, \alpha_0), & j = 1, \dots, N \\ \sum_{i=1}^N \lambda_i = 1 \\ \sum_{i=1}^N \lambda_i Y(\alpha_i) = Y(\alpha_0) \end{cases}$$

A KDE utiliza a informação das V. R. secundárias Y(x), previamente amostradas e/ou estimadas, em todos os suportes de amostragem e de estimação da V. R. principal (Z(x)), como variáveis externas auxiliares para

realizar um modelo de tendência. Isto implica a necessidade de existir um conhecimento do fenómeno físico, com um grau de confiança suficientemente forte, que permita estabelecer uma confiança na relação entre a variável principal e as variáveis auxiliares.

Formalismo da indicatriz

A visualização da morfologia de uma qualquer variável presente num sistema geológico é uma operação geralmente impossível de realizar de modo directo, tornando-se necessário recorrer a modelos estocásticos de definição indirecta da forma, em que a morfologia é definida à custa do conjunto de pontos onde ocorrem as maiores probabilidades de pertença ao corpo. Neste campo, a geostatística pode ser uma excelente ferramenta, visto ser um interpolador estocástico óptimo, que incorpora medidas das contiguidades médias do corpo (variogramas), para assegurar, em qualquer ponto, que a respectiva probabilidade (estimada) de pertença a um corpo dependa do grau de pertença das amostras vizinhas. Para além das imagens obtidas, uma das grandes vantagens deste tipo de modelos prende-se com a possibilidade de facilmente localizar as zonas de maior incerteza da forma, conseguida através de pequenas variações dos valores de corte das probabilidades de pertença (SOARES, 1992).

A utilização de modelos deste tipo obriga à construção de variáveis do tipo indicatriz, dicotómicas, que são a resultante da classificação dos dados amostrais. Assim, dada uma classe X e o seu complementar X^c , no domínio $A = X \cup X^c$, onde existe um conjunto de N amostras, localizadas em $A(x_i)$ com $i = 1, \dots, N$, a variável indicatriz $I(x_i)$ é expressa por:

$$I(x_i) = \begin{cases} 1 & \text{se } x_i \in X \\ 0 & \text{se } x_i \in X^c \end{cases}$$

em que: X é uma fase de A e X^c o seu complementar
 x_i é a localização espacial da amostra

e onde a classe X pode identificar uma litologia, um tipo de minério ou qualquer outra categoria de uma variável qualitativa. Se a variável indicatriz for aplicada a uma área A , dividida não em duas mas em p classes, de modo que $k(x_i) = \text{prob} \{x_i \in X_i\}$ com $i = 1, \dots, p$ e $A = \{X_1 \cup X_2 \cup \dots \cup X_k\}$, então a estrutura multifásica passa a ser representada por um vector de valores de indicatriz $k_1(x_i)$, $k_2(x_i)$, ..., $k_p(x_i)$, em que cada um é definido por:

$$K_i(x_i) = \begin{cases} 1 & \text{se } x_i \in X_i \\ 0 & \text{se } x_i \notin X_i \end{cases}$$

onde: X_i ($i = 1, \dots, p$) representa cada uma das fases de A

A variável indicatriz tem o significado de uma probabilidade de pertença de cada ponto a cada classe, podendo ser considerada como uma realização de uma função aleatória $I(x)$, com uma lei de distribuição binomial, caracterizada pelos seguintes momentos de primeira e segunda ordens:

$$m_i = E\{I(x)\} \quad \text{e} \quad \text{Var}_i = E\{(I(x) - m_i)^2\} = m_i(1 - m_i)$$

A covariância é interpretada como a probabilidade de duas amostras (x_i e $x_i + h$) separadas pelo vector h pertencerem a X . Também à semelhança de qualquer outra V. R., quando se pretende estimar a probabilidade de pertença à classe X , se pode utilizar uma combinação linear do conjunto de valores de indicatriz das amostras experimentais vizinhas, permitindo assim a aplicação dos processos de estimação geostatísticos.

Separação de estruturas multifásicas

A codificação, pelo formalismo da indicatriz, das variáveis presentes num domínio em estudo, conduz a um quadro onde os valores assumidos por cada classe, em cada ponto amostral, pertence $[0, 1]$ e traduz a probabilidade da sua presença nesse ponto, sendo os respectivos somatórios iguais a um. No caso particular de uma situação em que as classes de uma variável codificada assumem sempre os valores zero ou um, pode dizer-se que existe uma imiscibilidade entre si, pelo menos ao nível da dimensão amostral.

A utilização de processos geostatísticos na estimação das classes de uma V. R., num dado domínio, levanta a questão da classificação de cada uma em cada suporte estimado, uma vez que raramente o respectivo valor estimado será igual a um e, ainda mais raramente quando isso acontece, os restantes serão zero. Este facto não é devido aos métodos de estimação utilizados, nem depende dos modelos variográficos encontrados, mas decorre da própria continuidade das V. R. e às atenuações dos valores extremos consequentes da utilização de qualquer processo de estimação. Os valores estimados (e também os amostrais) podem ser interpretados como probabilidades de pertença a cada uma das classes da variável.

Para transformar os valores estimados para a probabilidade de cada classe em valores que reproduzam o quadro multifásico de partida, utilizou-se um algoritmo de classificação dinâmica, proposto por (SOARES, 1992, 1998), que reproduz as proporções globais das classes e atribui a cada posição (suporte estimado) a categoria com maior probabilidade de ocorrência, através dos seguintes passos:

1. Ordenação decrescente dos valores estimados para cada classe;

2. Cálculo do número de valores pertencentes a cada classe (n_i) da seguinte forma: $n_i = p_{(i)} * n_e$, onde: $p_{(i)}$ é a proporção da classe i ; n_e é o número de amostras estimadas;
3. Escolha e transformação, em cada linha, do valor mais elevado das classes estimadas, sendo em seguida esta linha retirada. O algoritmo prossegue até à atribuição do número de amostras por classe.

Testes de validação cruzada

Os chamados modelos deterministas calculam para cada “suporte” não-amostrado uma solução única $z^*(u_\alpha)$, supostamente exacta, que assumem como valor desconhecido $z(u_\alpha)$, sendo incapazes de contabilizar o potencial erro de estimação [$z^*(u_\alpha) - z(u_\alpha)$]. Esta incapacidade conduz à assunção de tomar como “verdadeiros” os valores por si calculados, que passam a ser admitidos como representantes da grandeza em análise, em todas as subsequentes utilizações.

A incapacidade de qualquer método em contabilizar o erro de estimação, cometido na estimação do valor de um “suporte”, pode ser parcialmente ultrapassada, quando estes são pontuais e coincidentes com a amostragem, através da utilização do chamado Teste do Ponto Fictício (TPF) ou “cross validation”, que consiste na eliminação fictícia do valor de uma dada amostra $z(u_\alpha)$, do conjunto de amostragem, procedendo-se em seguida à estimação do seu valor $z^*(u_\alpha)$, à custa dos valores das amostras vizinhas. O conhecimento do par de valores real-estimado, na totalidade da amostragem, $\alpha = 1, \dots, N$, permite efectuar o cálculo de alguns estatísticos, de que se salientam o desvio quadrático médio (*DQM*) que calcula a média do quadrado das diferenças entre os valores reais $z(u_\alpha)$ e os estimados $z^*(u_\alpha)$ e o erro relativo médio (*ERM*):

$$DQM = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^n [z(u_\alpha) - z^*(u_\alpha)]^2 \quad ERM = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^n \frac{[z(u_\alpha) - z^*(u_\alpha)]}{z(u_\alpha)}$$

sendo n o número de amostras estimadas.

A escolha destes critérios, para aferir a qualidade dos dados estimados, deve-se ao facto de serem bons indicadores da precisão e não-enviesamento das estimações, pretendendo-se que o *DQM* seja mínimo, e que o *ERM* tenda para zero.

O facto de uma V. R. atingir valores mínimos relativamente muito baixos e entrar como quociente na equação do *ERM* pode afectar negativamente o valor final deste teste, caso existam algumas amostras com teores muito baixos que estejam rodeadas de valores elevados. Para

contrariar esta possibilidade, calcula-se o erro relativo médio à média dos valores (*ERM_{médio}*) onde entra a média dos valores amostrais da V. R. ($\bar{Z}(u)$).

$$ERM_{-}(Z_{médio}) = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^n \frac{[z(u_\alpha) - z^*(u_\alpha)]}{\bar{Z}(u)}$$

Na estimação multivariada, interessa também assegurar a coerência entre os valores estimados e as restantes variáveis. A construção de tabelas de contingências, após a divisão em classes das variáveis quantitativas, entre pares de variáveis e o cálculo do respectivo χ^2 , permite aferir aquela coerência.

APLICAÇÃO AOS DADOS AMOSTRAIS DO JAZIGO AURÍFERO DE COVAS DE CASTROMIL

Enquadramento genérico

O envolvimento comercial de uma empresa na exploração de um jazigo visa, em perfeita sintonia com as restantes áreas comerciais, colocar no mercado um bem a preços concorrenciais, capazes de cobrir os investimentos realizados e gerar benefícios. No entanto, a ideia de benefício traz sempre associada a de risco, que traduz a incerteza presente em qualquer actividade, especialmente quando esta envolve períodos de tempo alargados, investimentos elevados e, sobretudo, quando está dependente de uma caracterização complexa. É no entanto inconteste que um jazigo possui em si mesmo um valor fundamental, que advém da sua especificidade única, impossível de recriar no tempo, pelo menos à escala humana, e do respectivo potencial económico.

Numa abordagem meramente económica, as expectativas geradas são função do potencial futuro do jazigo e não dos montantes gastos na sua descoberta e caracterização. Tornando deste modo algo perversa a relação entre os gastos iniciais de projecto e as expectativas geradas, uma vez que para jazigos com elevado potencial não será necessária uma caracterização muito exaustiva, visto os benefícios cobrirem largamente os investimentos, contrariamente aos jazigos menos ricos, onde o ponto de equilíbrio está muito perto dos respectivos teores de corte, exigindo por isso uma maior acuidade na sua estimação. De onde se depreende que uma caracterização bem sucedida é aquela que consegue caracterizar um jazigo com o melhor grau de segurança e não a que obtém os melhores ou piores cenários.

É nesta perspectiva que o presente trabalho se coloca, pretendendo contribuir para uma estimação da variável

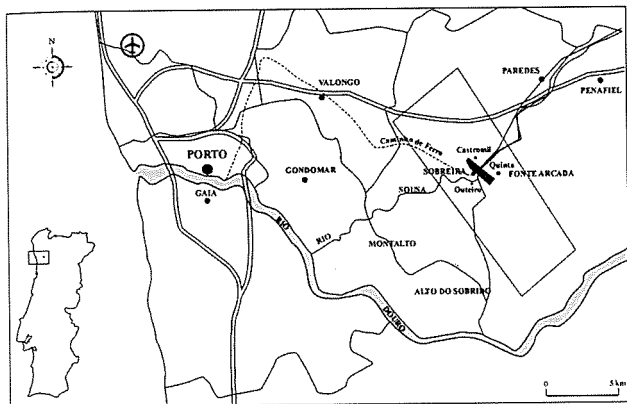


Fig. 1 – Mapa de Portugal com a localização do jazigo aurífero de Castromil.

– Location of the Castromil Deposit.

principal do jazigo aurífero de Covas de Castromil, recorrendo a toda a informação disponível.

Contexto geológico e histórico

Toda a informação de campo utilizada neste trabalho foi colectada e cedida pela Connary Minerals Plc, que passará a ser denominada apenas por *Connary*, detentora do contrato de prospecção e pesquisa de uma área de forma sensivelmente rectangular, com direcção subparalela à estrutura regional do anticlinal de Valongo e dimensões médias de 15,0 x 5,4 km², localizada 20 km a leste do Porto (Fig. 2), nos concelhos de Paredes, Penafiel e Valongo.

É sensivelmente no centro desta área que está localizado o jazigo de Covas de Castromil-Serra da Quinta, na margem oeste do batólito granítico de idade hercínica, enquadrado por um rectângulo de 500 x 2200 m² (folha 9-D: Penafiel - Carta Geológica de Portugal, à escala 1: 50 000) de direcção NW/SE, paralelo ao mais antigo e principal dos dois sistemas ortogonais de importantes falhas que ocorrem na região. Este sistema está associado a desligamentos e a pequenos cavalgamentos, possuindo importante significado metalogénico e parece representar o hidrotermalismo. Quanto ao segundo sistema de falhas, provocou desligamentos sinistrogios que rejeitam o sistema NW/SE.

A implantação deste jazigo deve-se (segundo BYRNE, 1999) ao facto de: “*Os resultados obtidos são conclusivos relativamente à continuidade do jazigo de Castromil. Em termos estruturais a situação verificada em Castromil e Serra da Quinta não tem continuidade quer para Sul quer para Norte da Zona anteriormente delimitada.*”

A forma e a espessura da mineralização são variáveis com orientação em geral subparalela ao contacto das

rochas graníticas com metassedimentos do Silúrico e ocorre numa posição aflorante no interior de uma zona de cisalhamento, que funcionou como um dreno para a circulação dos fluidos mineralizados. Os granitos são de grão grosseiro, porfíricos, e metamorfixaram os metassedimentos numa faixa de 2 km, ao longo do contacto por cavalgamento dos granitos nos xistos do Silúrico, realizado por falha numa extensão de 5 km, dos quais três são zona de cisalhamento. Podendo referir-se a ocorrência de mineralizações em Au, de acordo com (BYRNE, 1997): “*A mineralização ocorre essencialmente no granito, aproveitando as diaclases existentes para os sulfuretos se depositarem ... Não existem evidências de campo que possibilitem o relacionamento da mineralização com fenómenos tectónicos. A mineralização parece estar associada com a intrusão granítica. Geralmente estas intrusões são uma fonte de fluidos mineralizados que tendem a acumular-se na cúpula da intrusão. Estes fluidos ocuparam as diaclases do granito na zona de contacto com os xistos, onde se depositaram os sulfuretos e Podem definir-se dois tipos de minério: 1 – O primeiro é constituído por pirite e arsenopirite frescos e/ou oxidados. Ocorrem essencialmente em bandas ou pequenas massas no seio do quartzo; 2 – O segundo tem os mesmos sulfuretos mas estão distribuídos no seio do quartzo leitoso que recorta o primeiro tipo de minério.*”

O jazigo aurífero de Castromil-Serra da Quinta está localizado numa zona particularmente irregular, densamente coberta por vegetação rasteira, com solos que misturam uma componente natural com outra resultante de trabalhos mineiros anteriores, o que levou à exclusão neste estudo da informação a si referente. Está confinado numa área cortada a meio pelo rio Sousa e pela linha férrea do Douro, nas freguesias de Sobreira e Fonte da Arcada, pertencentes aos concelhos de Paredes e Penafiel, sendo a denominação da área mais a norte de Covas de Castromil e mais a sul de Serra da Quinta. No entanto, toda a informação utilizada neste trabalho provém apenas da área de Covas de Castromil e consiste em dados recolhidos na amostragem contínua de troços com 1 m de comprimento, pertencentes a 72 sondagens rotativas (com recuperação de carotes) realizadas em trabalhos de prospecção anteriores e em mais 14 sondagens carotadas e 211 realizadas por percussão (destrutivas) sem revestimento, efectuadas na campanha de prospecção realizada pela *Connary*.

As razões que levaram esta empresa a optar pela realização de sondagens destrutivas, que (BYRNE, 1996) refere como sendo uma técnica “... *valiosa no complemento às sondagens carotadas, mas não as substitui.*”, prendem-se com a economia, rapidez e a boa recupera-

ção, mesmo em zonas fracturadas, embora possuam aspectos negativos, como a perda de recuperação quando se encontram cavidades, e a difícil recuperação da amostragem em zonas com água em excesso.

O facto da mineralização não ser visível colocou algumas dificuldades à identificação dos seus limites exteriores, que foram ultrapassadas pelos técnicos da *Connary* através da realização de cortes transversais espaçados de 25 m, onde foram cartografadas: a topografia, a geologia superficial, as projecções das sondagens mais próximas, os contactos geológicos e os teores de Au resultantes de análises da amostragem. Complementarmente, estes limites da mineralização foram também cedidos conjuntamente com as curvas de nível e pontos cotados, recolhidos no levantamento topográfico de pormenor, realizado nesta área. Foi esta informação que permitiu utilizar neste trabalho primitivas ARC-INFO para criar os modelos digitais de terreno e dos limites de desmonte, usados para isolar os pontos estimados pertencentes aos volumes de contornos irregulares de cada piso do jazigo em estimação.

São bastante remotas as ligações desta área com a exploração aurífera, atestadas pelos trabalhos mineiros realizados a céu-aberto e em subterrâneo pelos Romanos. Seguiu-se um interregno até 1940, altura em que a companhia Minas do Ouro do Douro iniciou a preparação da prospecção, que começou um ano mais tarde. Estes trabalhos pararam em 1946, devido segundo parece à falta de fundos. Em 1964, a Noranda of Canada iniciou também trabalhos de prospecção que terminaram em 1966, devido à queda dos preços do ouro. Posteriormente, em 1973, foi a vez da Anglo American analisar o jazigo e concluir que, dadas as circunstâncias do mercado, a pequena dimensão do depósito e a conjuntura económica existente, não era a altura indicada para viabilizar uma prospecção mais detalhada. Em 1988, a Billinton's efectuou um levantamento completo do jazigo, e a empresa Minas do Douro procedeu à realização de trabalhos de prospecção que terminaram em 1992, sem qualquer desenvolvimento, a que se seguiu, a partir de 1994, um estudo mais profundo pela *Connary*.

Salienta-se, no entanto, que a inexistência de cartografia das escassas explorações subterrâneas, realizadas pelos Romanos, leva a que neste estudo não sejam descontados os volumes de minério retirados nesses trabalhos. E que o início deste estudo foi posterior à realização das prospecções referidas, sendo também o primeiro do género para esta área, o que justifica a não contribuição da ferramenta geostatística para a implantação da amostragem, que foi efectuada de acordo com a prática do conhecimento empírico, através de uma distribuição espacial mais ou menos regular, mas que não atendeu a

critérios de quantificação da incerteza de estimação da variável principal em estudo.

Dados de partida e sua codificação

O comprimento das 86 sondagens carotadas varia entre 8,71 e 121,10 m, num total de 4003,97 m. Deste conjunto, foram analisados/recuperados, relativamente aos teores de Au, Ag e litologias atravessadas, 2473,48 m, constituídos por 1659 carotes de diferentes comprimentos, que representam 61,78 % do comprimento total, com os seguintes valores médios, mínimos e máximos: 0,66, 0,01 e 41,27 g/ton., para o Au e, 6,45, 0,01 e 215,10 g/ton., para a Ag.

Atendendo à baixa recuperação encontrada e à forte possibilidade das maiores perdas ocorrerem nas mudanças bruscas entre litologias mineralizadas e não-mineralizadas (que normalmente são zonas bastante fracturadas e/ou alteradas), existe a possibilidade da zona não recuperada coincidir com a mineralização e poder provocar a perda ou diluição do Au. Esta dúvida é parcialmente confirmada pelo facto da *Connary* ter efectuado alguma amostragem "in situ" por canal, em galerias e no talude recentemente realizado pela CP na linha férrea do Douro, que apresentaram teores significativamente mais elevados. Para contrariar esta tendência, que terá sido agravada com velocidades de perfuração elevadas e grandes períodos de tempo sem retirar os testemunhos, a amostragem deveria ter sido mais completa, ainda que à custa de um substancial aumento dos custos.

Quanto às 211 sondagens realizadas em destrutivo, têm comprimentos que variam entre um mínimo de 2,50 m e um máximo de 22,00 m, e perfazem um total de 2048,50 m. A recolha da amostragem destas sondagens foi efectuada por troços de 1 m de comprimento, tendo também sido este suporte que serviu de base às análises dos teores de Au e à identificação das litologias atravessadas e respectivas cores, em 2034 m. O teor médio, mínimo e máximo do Au, encontrado nesta amostragem, foi de 1,04, 0,01 e 43,00 g/ton..

Só a amostragem pode dar a conhecer os traços fundamentais de qualquer subsistema geológico, mas a sua realização está geralmente associada a elevados custos, grande morosidade e exigência técnica. Torna-se assim evidente a necessidade de utilizar toda a informação disponível, para maximizar o conhecimento que pode ser retirado dessa informação. Deste modo, é aconselhável, sempre que possível, a adaptação de toda a informação existente às necessidades dos objectivos pretendidos. No caso presente, atendendo ao facto da amostragem possuir

duas proveniências distintas (sondagens realizadas em carotado e em destrutivo), à existência de variáveis apenas observadas em cada uma destas proveniências e à circunstância da baixa recuperação da amostragem (pelo menos no caso das sondagens carotadas) poder contribuir para as diferenças encontradas entre as respectivas médias e para as amostras de canal, torna necessárias abordagens particulares para cada um dos conjuntos amostrais e para o conjunto resultante da sua união, que passará a ser denominado como conjunto de amostragem total, possuidor de uma média de 0,83 g/ton. de Au.

Uma vez que a informação colhida nas sondagens é referente a dados quantitativos e a informações qualitativas, torna-se necessário codificar a parte qualitativa (que representa as V. R. Litologias e Cores da amostragem). Na Tab. 1, estão identificados os tipos de informação levantados em cada um dos conjuntos de sondagens. A codificação das variáveis qualitativas foi efectuada através da quantificação da percentagem com que cada classe está presente em cada troço. Esta acção deu origem a uma matriz com um número de linhas igual ao número de troços e um número de colunas igual ao número de classes que compõem as variáveis, mais três para as coordenadas (onde os elementos de cada linha representam as percentagens de cada classe, sendo a soma de cada classe por linha igual a 100 %). Quanto à informação quantitativa referente às variáveis Au e Ag foi utilizada de dois modos: tal e qual e depois de codificada através da classificação de cada uma em três categorias, correspondentes às classes baixa, média e alta – Au1, Au2, Au3, Ag1, Ag2 e Ag3.

Especificação da metodologia utilizada

A distribuição dos teores da V. R. Au é caracterizada por uma forte assimetria positiva, como pode ser obser-

vado na Fig. 2, estando, como é habitual na caracterização de recursos naturais, o posicionamento da fracção de valores com importância económica do lado do seu extremo superior. Por outro lado, os resultados de testes metalúrgicos, encomendados pela *Connary*, associados às características morfológicas, litológicas, geotécnicas e de localização deste jazigo, permitiram aos especialistas destas empresas avançarem com teores de corte referenciais de 0,5 g/ton., o que coloca a referida fracção de valores, acima do percentil 64,75.

Em termos meramente de estimação espacial da V. R. Au, é esta distribuição de teores e o distanciamento da fracção económica da mediana que levantam de imediato a questão: que método utilizar? Como já foi referido, pretende-se estimar os teores em Au com base na informação secundária disponível, utilizando a metodologia delineada no ponto 2. Assim, o presente estudo pretende estimar a distribuição espacial do Au, em dois passos: primeiro, estimar as classes de Au em todo o jazigo, utilizando a informação secundária existente (Ag, Litologias e Cor, sintetizadas em índices) seguindo-se a estimação dos teores de Au em todo o jazigo à custa da conjugação da própria informação e das respectivas classes já estimadas. Neste caso de estudo, a metodologia envolve os seguintes passos:

1. Descrição da estrutura multivariada dos dados. Dada a natureza destes, em que coexistem dados quantitativos (Ag) e qualitativos (litologias e cores), utilizou-se a AFC, após divisão das variáveis quantitativas em classes.
2. Construção de índices que resumem as relações das variáveis secundárias com o teor em Au, com base na AFC.
3. Estimação das probabilidades do teor em Au pertencer a cada uma das respectivas classes por cokrigagem

TABELA 1

Tipos de informação recolhidos na amostragem
Data types collected in the sampling

		Teor das V. R.		Classes da V. R. – Litologias				Classes da V. R. – Cor						
		Ag	Au	Gc	Gr	Gs	Xt	Am	Be	Ca	Cz	Cr	Pr	Ve
Sondagens carotadas	n.º de troços 2138	x	x	x	x	x	x	–	–	–	–	–	–	–
Sondagens destrutivas	n.º de troços 1806	–	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x

Ag → prata; Au → ouro; Gc → granito caulinizado; Gr → granito; Gs → granito silicificado; Xt → xistos; Am → amarelo; Be → beje; Ca → castanho; Cz → cinza; Cr → creme; Pr → preto; Ve → vermelho; X → as sondagens forneceram informação sobre este índice; – → este conjunto de sondagens não forneceu informação sobre este índice.

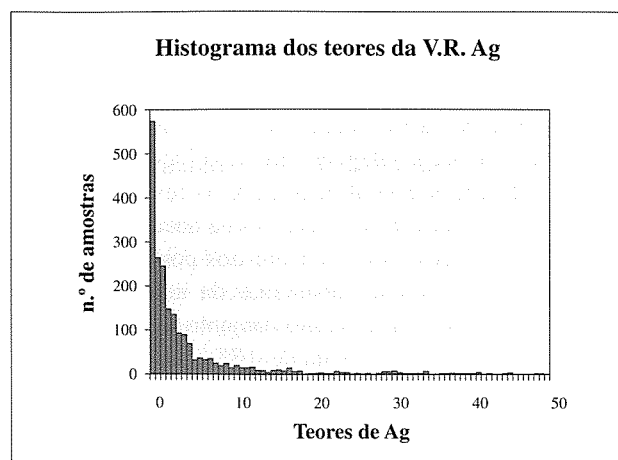
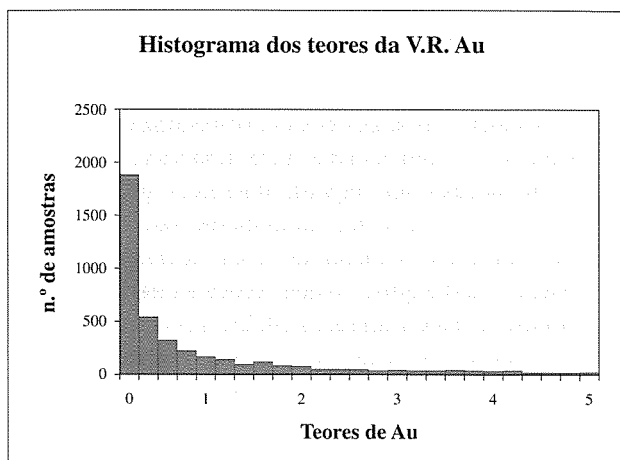


Fig. 2 – Histograma dos valores de Au e Ag.

– Histogram for Au and Ag

com deriva externa (co-estimação dos valores das classes e utilização dos índices como deriva externa). Binarização dos valores estimados das probabilidades de pertença a cada uma das fases (cada valor estimado é alocado a uma das classes).

4. Estimação do teor em Au por KDE, em que as derivas externas são as probabilidades estimadas para o Au pertencer a cada uma das fases. A introdução das probabilidades estimadas das classes pretende reduzir o tradicional efeito atenuador das várias variantes de krigagem.
5. Validação dos resultados obtidos.

Na Fig. 3, está representada a sequência metodológica utilizada na procura do processo de estimação que melhor reproduz os dados de partida.

Apresentam-se em seguida os resultados obtidos pela aplicação da metodologia à estimação dos teores em Au. Primeiro são mostrados os resultados de validação cruzada obtidos, que permitem legitimar a metodologia e, simultaneamente, ilustrar os diferentes passos que a constituem. Apresenta-se, por fim (nos pontos seguintes), os resultados da estimação da totalidade do jazigo discretizado em blocos de $5 \times 5 \times 4 \text{ m}^3$.

Validação da metodologia

Análise por AFC das ligações entre as classes das variáveis presentes na amostragem

Para obter imagens de síntese da totalidade do sistema de relações entre as variáveis quantitativas e qualitativas, foi utilizada a metodologia da AFC. No caso presente, aten-

dendo ao facto das amostras possuírem duas proveniências distintas, sondagens carotadas e destrutivas, e também à existência de variáveis observadas apenas numa das proveniências, entendeu-se que a melhor abordagem seria a de efectuar análises distintas para os seguintes casos:

1. Amostras pertencentes às sondagens carotadas (2138):

- i. Contribuição das classes de todas as variáveis (Au, Ag e Litologias) para a construção dos eixos de inércia;
- ii. Com o objectivo de permitir a comparação entre as variáveis provenientes dos conjuntos das sondagens carotadas e destrutivas, foi efectuado um estudo onde apenas as classes das variáveis comuns aos dois tipos de sondagens (Au e Litologias) contribuíram para a construção dos eixos de inércia.

2. Amostras pertencentes às sondagens destrutivas (1806):

- iii. Contribuição das classes de todas as variáveis (Au, Litologias e Cor) para a construção dos eixos de inércia;
- iv. Contribuição apenas das classes das variáveis Au e Litologias para a construção dos eixos de inércia, tal como em ii..

3. Amostras do conjunto total (2138 + 1806 = 3944):

- v. Contribuição apenas das classes das variáveis Au e Litologias para a construção dos eixos de inércia, tal como em ii e iv.

A aplicação da AFC projecta a informação num espaço de dimensão ($\mathbf{p}-1$), em que \mathbf{p} é o número de classes codificadas. No entanto, a complexidade de interpretação

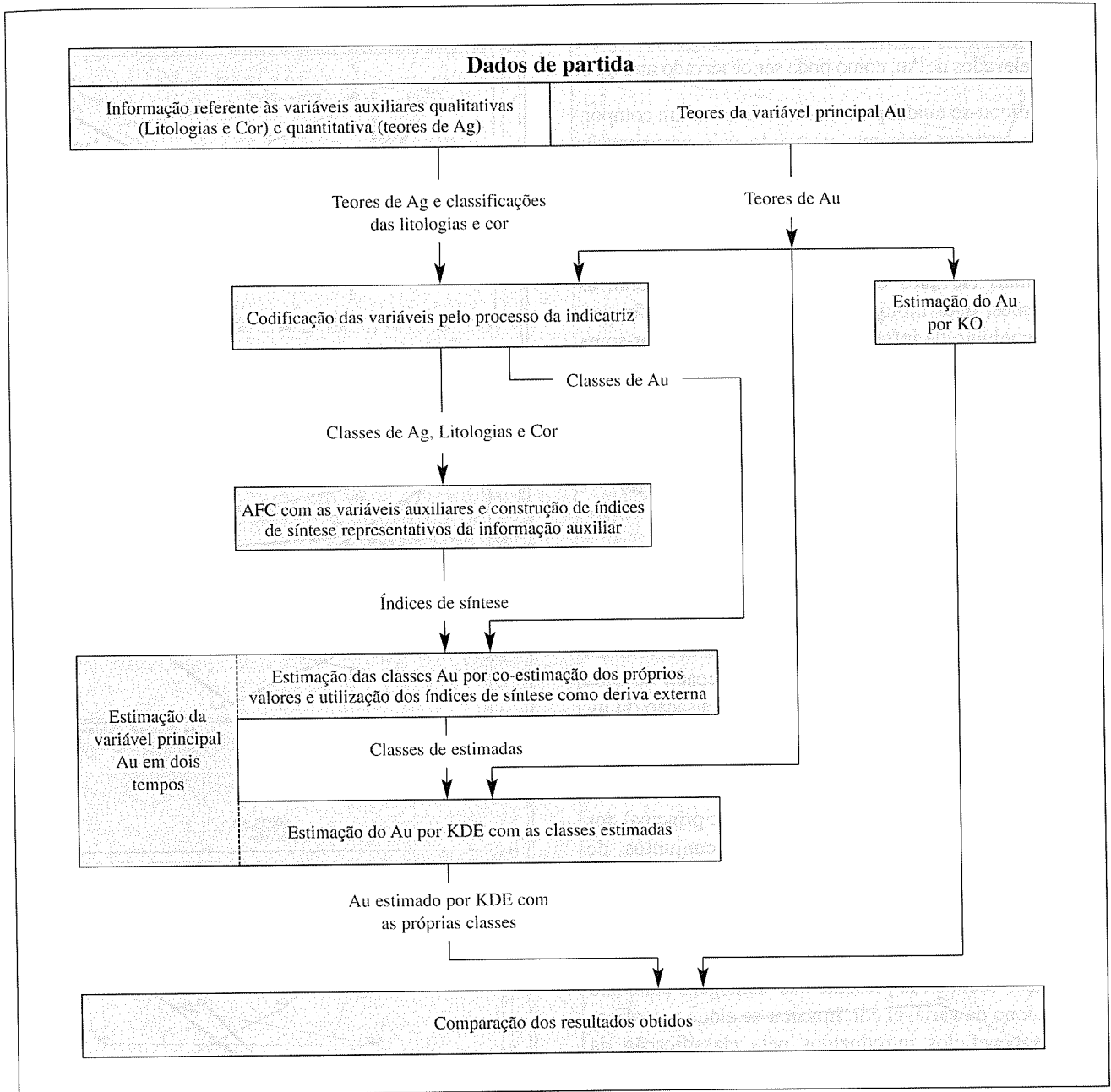


Fig. 3 – Fluxograma das etapas utilizadas na procura da estimação que melhor reproduz os dados de partida.

– Fluxogram of the proposed methodology.

de um espaço de ordem superior a três e o facto de os eixos factoriais de ordem superior transportarem pouca informação justificaram a retenção da informação relativa apenas aos três eixos principais. As conclusões a retirar destas análises resumem-se do seguinte modo:

– Sondagens carotadas - na Fig. 4 pode verificar-se que os planos definidos pelos eixos factoriais (1, 2) e (1, 3) permitem observar um andamento semelhante para os

teores de Au e Ag e alguma similitude entre os teores mais baixos e mais altos destas variáveis, respectivamente, com os Xt e com os Gs.

– Sondagens destrutivas - para este conjunto verifica-se na Fig. 5 uma grande proximidade entre as cores Am, Be e Ca e uma boa relação destas com os teores mais elevados de Au, que à semelhança das sondagens carotadas estão também próximos das litologias Gs e Gr.

– Amostragem total - também neste conjunto as litologias Gr e Gs se encontrarem bastante próximas dos teores mais elevados de Au, como pode ser observado na Fig. 6.

Verificou-se ainda, para os casos ii. e iv., um comportamento bastante próximo, traduzido pela aproximação entre as litologias Gr e Gs e os teores mais elevados de Au. Destas análises podem reter-se também as possíveis associações entre as litologias Gr e Gs e entre as cores Am, Be e Ca. Parece ainda existir alguma relação dos teores mais elevados de Au com os de Ag e com as associações, quer litológicas quer de cores já referidas. Para o conjunto da informação total pode verificar-se na Fig. 7 a proximidade entre os teores mais elevados de Au e a associação das litologias GrGs.

Construção de índices de síntese da informação secundária e estimação dos valores do teor em Au por KO CKO e KD

A AFC permite projectar, na totalidade ou numa grande percentagem, os indivíduos e propriedades, características de um determinado processo, num espaço com um reduzido número de eixos, onde a coordenada de cada indivíduo em cada eixo representa a condensação da informação das propriedades, num grau de explicação proporcional à inércia do eixo. Tendo em conta esta capacidade, foram tomados como índices de síntese os valores das coordenadas das amostras em cada eixo principal dos espaços definidos pelas classes dos conjuntos de variáveis Litologias e Ag, e Litologias e Cor, respectivamente na amostragem das sondagens realizadas em carotado e em destrutivo.

A procura do índice de síntese mais representativo da informação secundária presente nas sondagens conduziu ao abandono da variável cor. Ensaiou-se ainda a verificação dos benefícios introduzidos pela classificação da variável Ag, pelo processo da indicatriz, em 2, 3, 4 e 5 classes, e pela associação ou não das variáveis litológicas (Gr e Gs) e (Gc e Xt). Após várias tentativas, a análise dos eixos de inércia dos espaços construídos com as combinações destas classes indicou claramente como melhores representantes desta informação os índices de síntese obtidos com a associação das classes GrGs, GcXt da variável Litologias, de onde parece destacar-se a classificação da V. R. Ag em duas classes. Uma vez que é com os 3 eixos construídos pela AFC, no espaço definido pelas classes GrGs, GcXt, Ag1 e Ag2 (estes três eixos passam a ser representados por $[F1, F2, F3]_{(GrGs, GcXt, Ag1, Ag2)}$), que se consegue uma explicação de 100 % da informação secun-

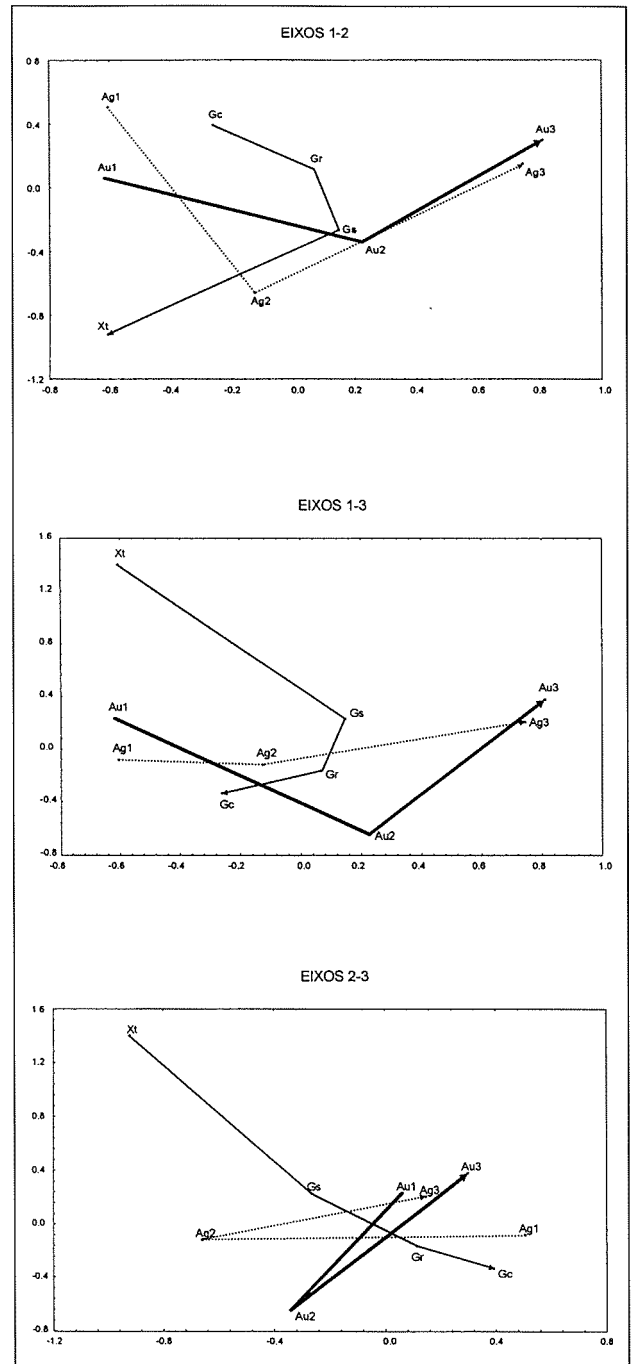


Fig. 4 – Projecções das fases das variáveis Au, Ag e Litologias, presentes nos troços das sondagens carotadas, nos planos (1, 2), (1, 3) e (2, 3).

– Projection of the variables Au, Ag and Lithologies on the first factorial plane (core data).

dária e melhores correlações com a V. R. Au, esta variável foi escolhida como de síntese deste conjunto amostral. A realização de estudos de co-regionalização dos índices de

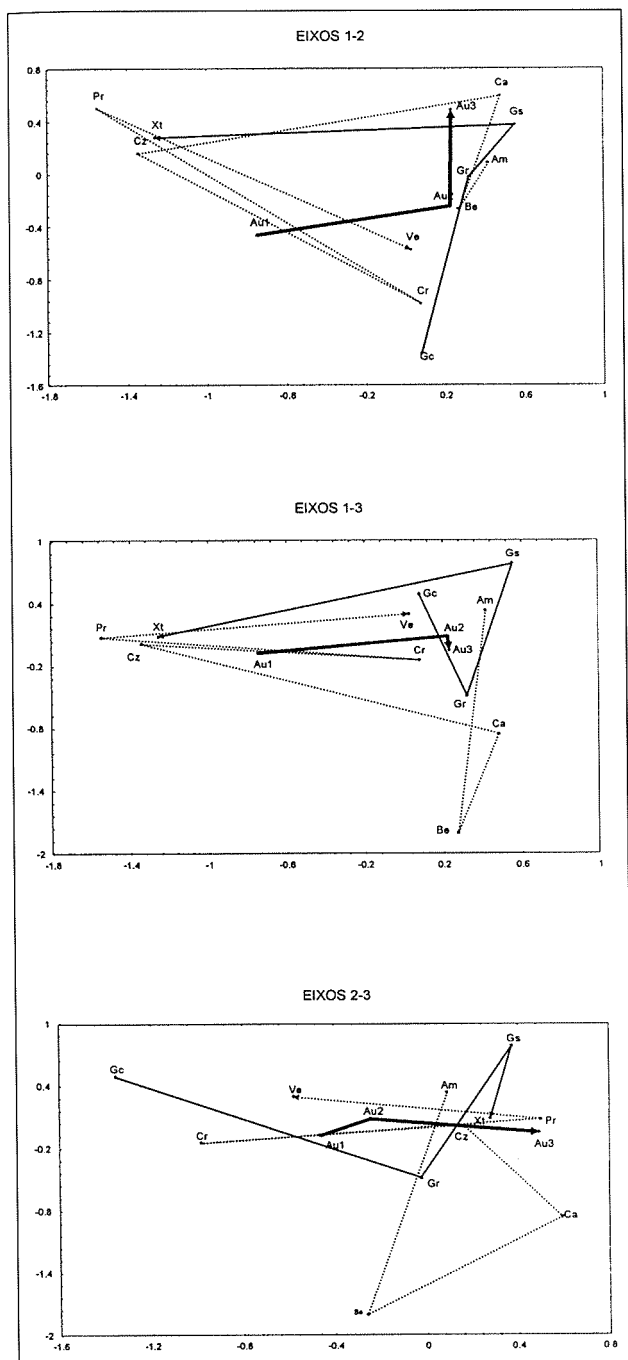


Fig. 5 – Projecções das fases das variáveis Au, Cor e Litologias, presentes nos troços das sondagens destrutivas, nos planos (1, 2), (1, 3) e (2, 3).

– Projection of the variables Au, Colour and Lithologies on the first factorial planes (destructive data).

síntese, referidos com a V. R. Au e respectivas classes, permitiu confirmar o exposto, uma vez que os respectivos co-variogramas exibem as melhores correlações espaciais.

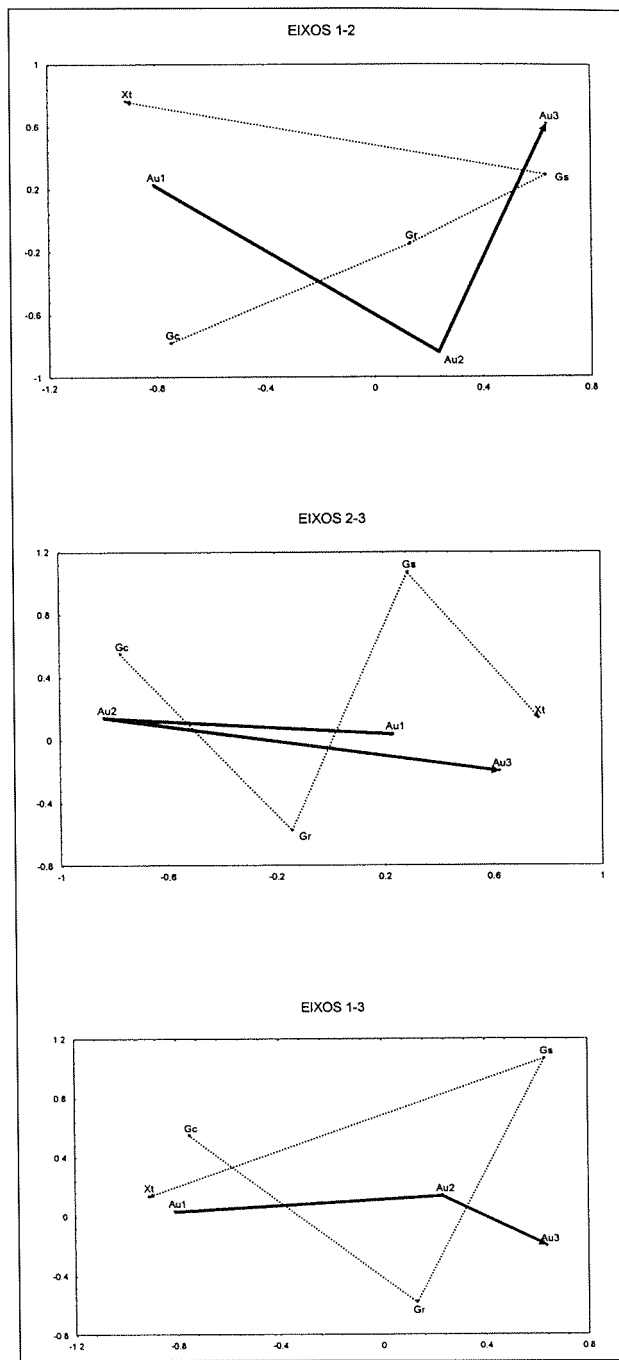


Fig. 6 – Projecções das fases das variáveis Au e Litologias, presentes nos troços do conjunto de amostragem total, nos planos (1, 2), (1, 3) e (2, 3).

– Projection of the variables Au and Lithologies on the first factorial planes (all data).

Estimação das classes do Au

Para utilizar este método, é necessário analisar o comportamento estrutural das classes da V. R. Au e da infor-

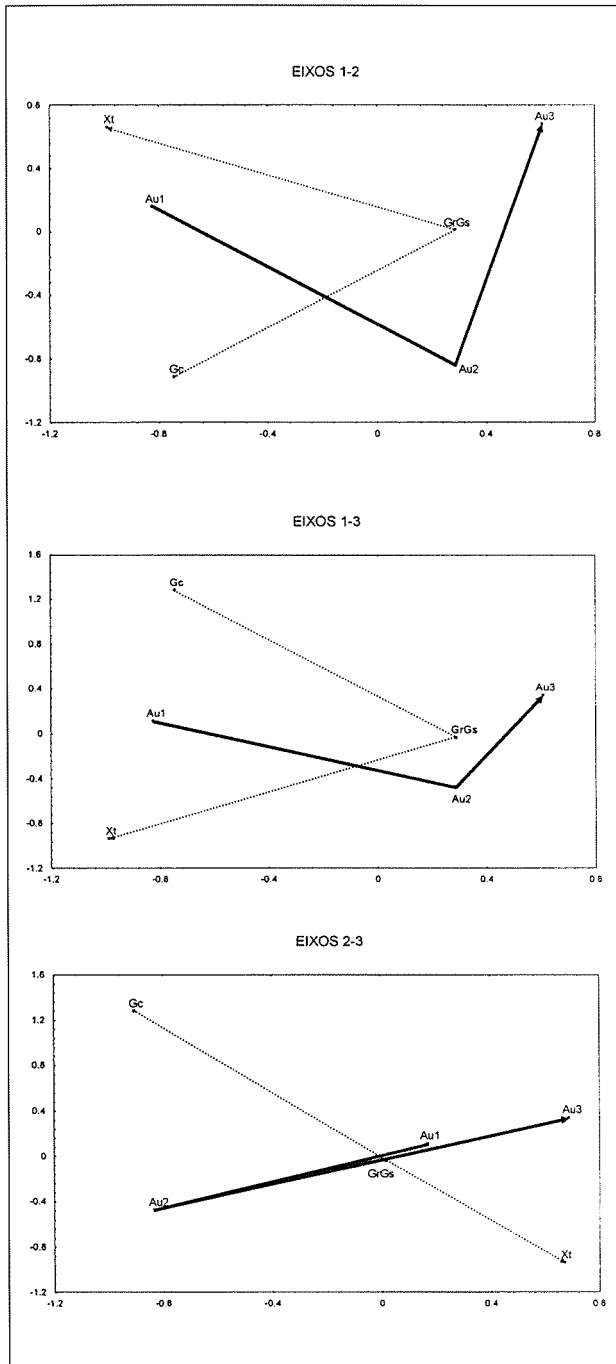


Fig. 7 – Projecções das fases da variável Au com as fases GrGs, Gc e Xt da variável Litologias, presentes nos troços do conjunto de amostragem total, nos planos (1, 2), (1, 3) e (2, 3).

– Projection of the variables Au and recoded Lithologies on the first factorial planes (all data).

mação secundária. Assim, calcularam-se e modelaram-se os variogramas simples e cruzados que quantificam as respectivas contiguidades espaciais e comportamentos

(anisótropos). Após uma pesquisa das direcções e inclinações principais do(s) elipsóide(s) de anisotropia(s) (através de uma procura sistemática, em intervalos de 5° em 5°) foi possível verificar que a maioria dos elipsóides estava alinhada de forma bastante idêntica em direcções que eram genericamente coincidentes com os alinhamentos de maior desenvolvimento do jazigo. Quanto aos modelos teóricos ajustados, foram todos do tipo esférico, com 3 estruturas, com efeitos de pepita diferentes de 0, ainda que relativamente baixos e com amplitudes que, não sendo iguais, estão dentro da mesma gama de valores.

Os processos de estimação das classes da V. R. Au pela co-estimação das respectivas classes e KDE com os índices de síntese $[F1, F2, F3]_{(GrGs, Gc, Xt, Ag1, Ag2)}$ revelaram ser bastante precisos, conseguindo obter um somatório de 2948 co-ocorrências entre as classes de Au amostrais e estimadas (em 3944 possíveis).

Estimações do teor em Au

Uma vez estimadas as classes da V. R. Au com base nas variáveis auxiliares, podem então utilizar-se estes valores para contribuir para a estimação dos teores em Au. Para esta estimação recorreu-se à KDE do Au com as respectivas classes estimadas no ponto anterior. De início, foi usada apenas a informação amostral presente em cada conjunto de sondagens, para realizar as estimacões pelos TPF da V. R. Au, ou seja, utilizou-se apenas a informação do conjunto amostral das sondagens carotadas, para estimar os respectivos valores de Au, tendo o mesmo procedimento sido aplicado à amostragem das sondagens destrutivas. No entanto, para verificar as consequências da junção da informação dos dois conjuntos, procedeu-se também à realização destes testes de validação, mas com recurso à informação presente na totalidade da amostragem, ou seja, recorreu-se à informação presente nas 3944 amostras, para estimar os 1806 e 2138 valores de Au, coincidentes com a amostragem dos conjuntos das sondagens realizadas em destrutivo e em carotado.

Esta utilização de diferentes malhas de informação de partida possibilitou comparar os valores *DQM* e *ERM*, encontrados para cada conjunto amostral, que evidenciaram, à semelhança do já observado para as classes da V. R. Au, melhores valores aquando da utilização da informação conjunta das sondagens carotadas e destrutivas. Verificou-se também uma melhoria do comportamento destes testes, quando foi utilizada a informação auxiliar, parecendo portanto poder concluir-se que a utilização conjunta da informação e a utilização de V. R. auxiliares são factores positivos na estimação dos valores da V. R. Au.

Constatou-se ainda a obtenção de valores de *DQM* e *ERM* muito afastados dos valores óptimos, devidos à proximidade e enorme desproporção entre os valores das fracções com os teores mais baixos e mais altos, que está patente no facto de cerca de 15 % da amostragem possuir um teor de 0,01 g/ton. e uma percentagem sensivelmente igual possuir teores da ordem das duas ou três centenas de vezes superior. Esta disparidade faz-se notar mais no cálculo do ERM, dado o quociente presente na sua equação provocar a subida dos resultados para níveis muito elevados, sempre que o ponto em estimação está rodeado de amostras com valores significativamente inferiores ou superiores. Para obviar esta situação, utilizou-se o erro relativo médio do Au médio (*ERM_Au_{med}*) que, como se esperava, forneceu valores bastante próximos dos valores considerados óptimos para este tipo de indicadores.

Na Tab. 2 estão representados os resultados dos testes efectuados sobre as estimações da V. R. Au, podendo verificar-se a obtenção de melhores valores para a estimação realizada com recurso à informação auxiliar.

Para melhor visualização das diferenças obtidas por estes dois processos de estimação, apresentam-se na Fig. 8 os diagramas de dispersão dos valores de Au amostrais e estimados pelos dois processos.

O teor de uma variável presente num qualquer suporte só pode ser avaliado através da sua amostragem. Assim, o conhecimento da diferença entre o valor real e estimado num suporte, por quaisquer processos, só poderá ser conhecido através da realização da tarefa impraticável, de amostragem desse suporte. Como tem sido referido, uma forma de saber esta diferença nos pontos amostrais consiste na realização do chamado TPF que, na amostragem por troços de sondagem, possui a desvantagem de atribuir pesos muito elevados aos troços contíguos, o que pode remeter para comportamentos dos dados obtidos por estes processos, desfasados dos possíveis de ocorrer nas estimações dos suportes discretizadores do jazigo, uma vez que estes, na sua grande maioria, não possuem amostragem tão próxima.

Para contornar esta particularidade, procedeu-se à retirada integral de algumas sondagens da amostragem e

realizaram-se estimações em suportes pontuais coincidentes com os seus troços (possuidores de teores da V. R. Au conhecidos). Para aplicar esta abordagem de validação cruzada foram escolhidas 12 sondagens, distribuídas de forma homogénea por todo o domínio, com um total de 351 troços, que representam cerca de 9 % da informação total, tendo a sua aplicação sido efectuada através dos seguintes passos:

- i. retirar dos dados amostrais os valores assumidos por todas as variáveis presentes nos troços das 12 sondagens e estimar:
 - a) por KO a V. R. Au, nos suportes coincidentes com os troços das 12 sondagens;
 - b) os índices de síntese $[F1, F2, F3]_{(GrGs, GcXl, Ag1, Ag2)}$ nos suportes coincidentes com os troços das 12 sondagens;
 - c) probabilidades do teor de Au pertencer a cada uma das respectivas, nos suportes coincidentes com os troços das 12 sondagens, pelo processo ($[Au_i, Au_j]_{KDE} [F1, F2, F3]_{(GrGs, GcXl, Ag1, Ag2)}$) em que os índices de síntese provêm do ficheiro criado na alínea anterior;
 - d) a V. R. Au, nos suportes coincidentes com os troços das 12 sondagens, pelo processo Au KDE com as classes Au1*, Au2* e Au3*, contidas no ficheiro criado na alínea c).

Efectuadas as operações referidas em i. e calculados os respectivos testes DQM e ERM, verificou-se que os piores valores foram encontrados para a KO e os melhores para utilização das classes de Au como variáveis de deriva externa (alínea d)). Os valores de Au assim estimados foram também comparados através do recurso à contabilização das co-ocorrências das respectivas classes (resultantes das suas classificações pelo processo da indicatriz) com as classes dos troços amostrais. Para esse efeito, efectuou-se a classificação pelo processo da indicatriz, mantendo as frequências de cada classe (ver ponto seguinte) presente nos troços das 12 sondagens, tendo sido encontradas 195 e 225 co-ocorrências entre os 351

TABELA 2

Desvios quadráticos médios, erros relativos médios e erros relativos médios com o Au médio, dos valores de Au estimados pelos processos de KO e KDE com as classes da V. R. Au estimadas

Mean squared errors, mean relative errors and mean relative errors (averaged Au) of the Au estimated values by OK and KED

Resultados dos TPF das estimações da V. R. Au, na amostragem total, realizadas pelos seguintes processos:	DQM	ERM	ERM/Au _{med}	Au _{med} *
KO	2,911	-5,179	-0,042	0,848
Au KDE com as respectivas classes estimadas	2,503	-4,135	0,024	0,845

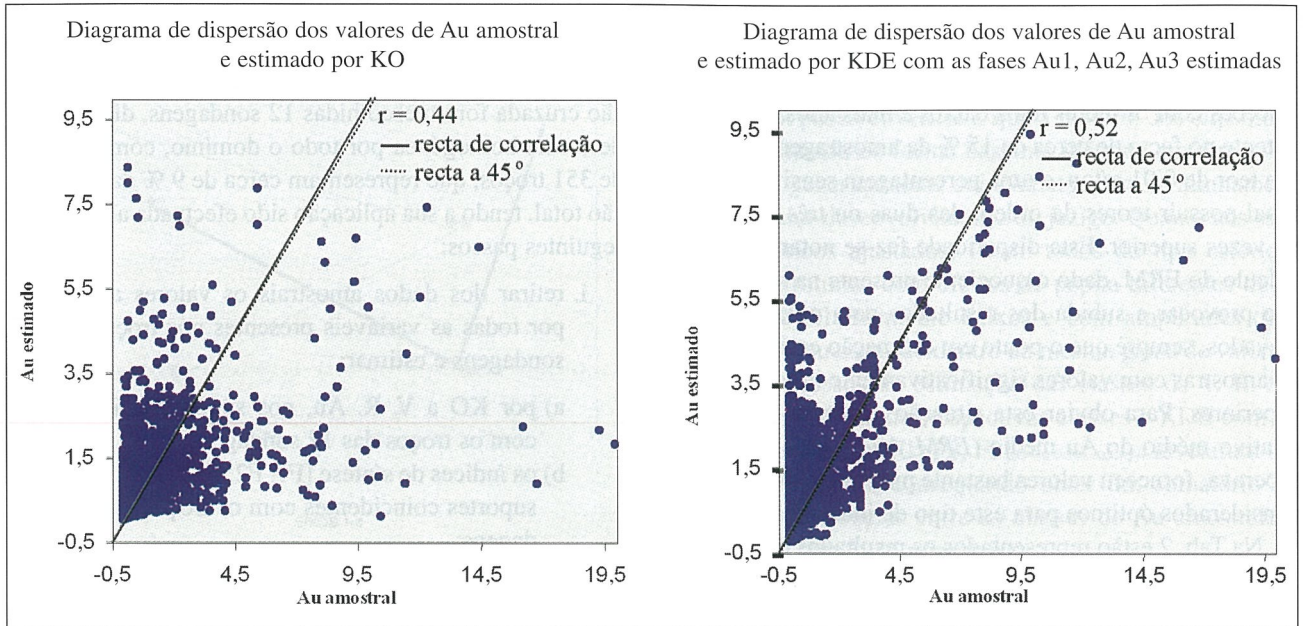


Fig. 8 – Diagramas de dispersão e coeficientes de correlação entre os valores de Au da amostragem e estimados.

– Scatterplots and correlation coefficients between actual and estimated Au values.

troços de amostragem destas sondagens, para os processos: de KO descrito na alínea a) e Au KDE (Au1*, Au2*, Au3*) descrito na alínea d). Isto assume grande relevância pelo facto de estarmos nas mesmas condições (ou piores) de estimação dos suportes discretizadores do jazigo e confirmar o benefício introduzido pela utilização da informação secundária, quer na forma de índice de síntese quer das probabilidades do teor de Au pertencer a cada classe.

Codificação dos valores de Au estimados

A relativa proximidade dos valores encontrados para os testes *DQM*, *ERM* e $ERM/Au_{\text{médio}}$ e a necessidade de encontrar outras formas de hierarquização dos diversos processos de estimação conduziram à classificação, pelo processo da indicatriz, dos valores de Au estimados, o que viabilizou o cálculo das respectivas co-ocorrências com as classes da amostragem e efectuar análises de precisão semelhantes às efectuadas nas estimações das classes da V. R. Au.

Convém no entanto relembrar que o conjunto de valores estimados sofre, normalmente, atenuações nos valores extremos face aos dados amostrais. Por este motivo, a sua classificação pelo método da indicatriz conduzirá forçosa-

mente a resultados díspares, caso seja efectuada por manutenção dos limites das classes de classificação do conjunto dos dados amostrais ou por manutenção das frequências. Esta disparidade pode ser observada na Tab. 5, onde estão representadas as frequências encontradas pelos dois modos de classificação dos valores de Au estimados, pelos TPF dos dois processos. Embora não seja perfeitamente conclusivo, pode também verificar-se na Tab. 3 que na classificação por manutenção dos teores, o melhor e o pior equilíbrios entre o número de classes estimadas e amostrais foram encontrados na estimação do Au pelo processo que utiliza as classes de Au estimadas como variáveis de deriva externa.

Estimação do teor em Au em blocos de $5 \times 5 \times 4 \text{ m}^3$

Os testes de validação cruzada, apresentados no parágrafo anterior, mostram que a metodologia pode ser utilizada na estimação do teor em Au do jazigo de Castromil, permitindo representar a distribuição espacial e quantificar a tonelagem, de acordo com as Figs. 9 e 10 e Tab 4.

Da análise da tabela resulta que a quantidade de metal estimada pela metodologia proposta é inferior à obtida por krigagem em consequência da maior proporção de blocos com teor em Au nulo.

TABELA 3

Quantificação e limites das classes da V. R. Au resultantes da amostragem e dos valores estimados pelos TPF dos processos de estimação
Contingency tables of the cross validation tests

		Totalidade da amostragem – Classificação pelo método da indicatriz dos:					
		Valores de Au amostrados		Valores de Au estimados pelo TPF da KO da V. R. Au		Valores de Au estimados pelo TPF do processo [Au KDE (Au1, Au2, Au3)*]	
		N.º de classes na amostragem	Limites do teor	N.º de classes estimadas	Limites do teor	N.º de classes estimadas	Limites do teor
Manutenção do teor	Au1	1356	[0,01; 0,09]	291	[0,01; 0,09]	1137	[0,01; 0,09]
	Au2	1309]0,09; 0,57]	1702]0,09; 0,57]	925]0,09; 0,57]
	Au3	1279]0,57; 43,0]	1951]0,57; 43,0]	1882]0,57; 43,0]
Manutenção do teor	Au1	1356	[0,01; 0,09]	1356	[0,01; 0,36]	1356	[0,01; 0,18]
	Au2	1309]0,09; 0,57]	1309	[0,36; 0,91]	1309	[0,18; 1,03]
	Au3	1279]0,57; 43,0]	1279	[0,91; 8,33]	1279	[1,03; 8,67]

(Au1, Au2, Au3)* → classes estimadas pelo processo (Aui CKO (Aui, Auj KDE [(F1, F2, F3)_(G₀, G₁, A₁, A₂)])) sem submissão ao processo de classificação multifásica.

TABELA 4

Número de blocos e quantidades de metal estimados pelo processo seleccionado e por KO para os diferentes teores de corte
Number of blocks and metal content estimated by KO and the proposed methodology

Teor de corte	Valores estimados por KDE do Au com as respectivas classes				Valores estimados por KO do Au			
	N.º de blocos em cada classe em %	N.º de blocos acumulados em %	Qm em cada classe em %	Qm acumulado em %	N.º de blocos em cada classe em %	N.º de blocos acumulados em %	Qm em cada classe em %	Qm acumulado em %
0,0	0,147	1,000	0,002	0,840	0,010	1,000	0,001	1,000
0,1	0,063	0,853	0,009	0,839	0,045	0,990	0,007	0,999
0,2	0,072	0,791	0,018	0,829	0,082	0,945	0,020	0,992
0,3	0,075	0,718	0,026	0,811	0,084	0,863	0,029	0,972
0,4	0,071	0,643	0,031	0,786	0,088	0,780	0,039	0,943
0,5	0,065	0,572	0,035	0,754	0,074	0,692	0,040	0,905
0,6	0,058	0,507	0,037	0,719	0,064	0,618	0,041	0,865
0,7	0,051	0,450	0,038	0,682	0,061	0,554	0,045	0,824
0,8	0,045	0,399	0,038	0,645	0,051	0,493	0,043	0,779
0,9	0,040	0,353	0,037	0,607	0,049	0,442	0,046	0,736
1,0	0,229	0,314	0,314	0,570	0,294	0,392	0,405	0,690
2,0	0,053	0,084	0,125	0,256	0,066	0,099	0,154	0,284
3,0	0,016	0,031	0,054	0,131	0,021	0,033	0,070	0,130
4,0	0,008	0,015	0,035	0,077	0,003	0,012	0,014	0,060
5,0	0,004	0,007	0,020	0,041	0,003	0,009	0,018	0,046
6,0	0,002	0,003	0,016	0,021	0,002	0,006	0,010	0,028
7,0	0,001	0,001	0,005	0,005	0,004	0,004	0,018	0,018
Σ	1,000		0,840		1,000		1,000	

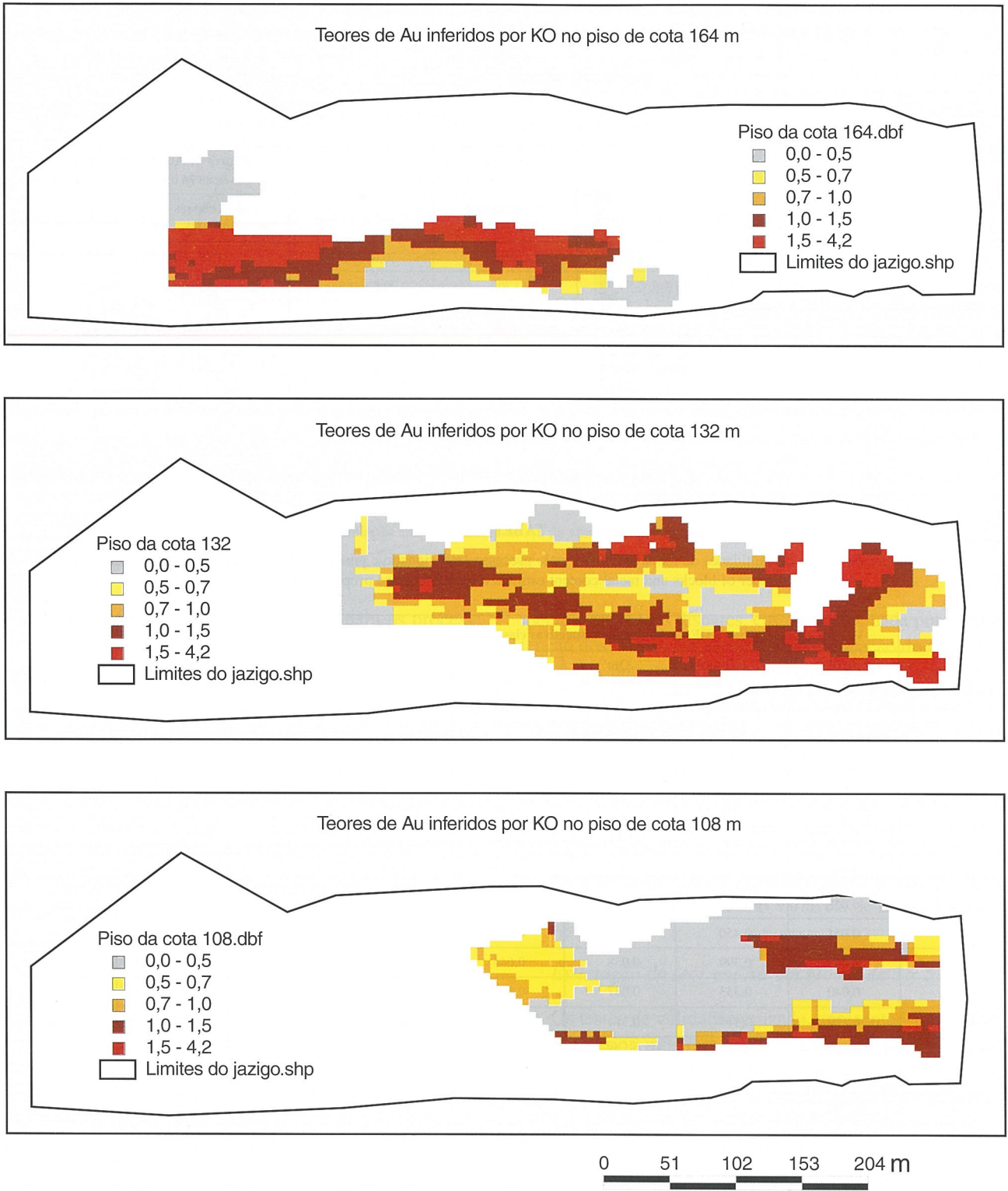
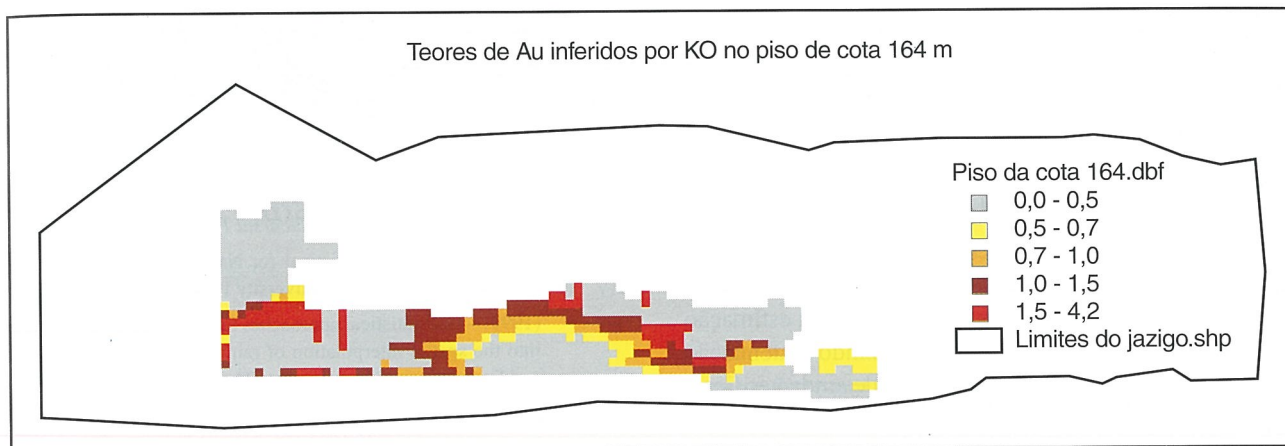


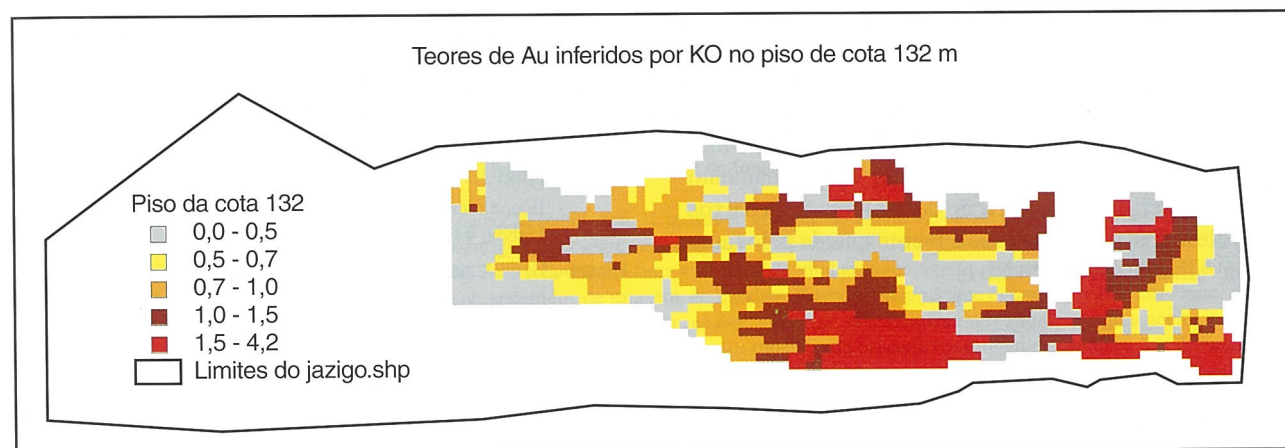
Fig. 8 – Mapas dos intervalos de teores de Au estimados pelo processo de KO, para os pisos às cotas 108, 132 e 164 m.

– Scatterplots and correlation coefficients between actual and estimated Au values.

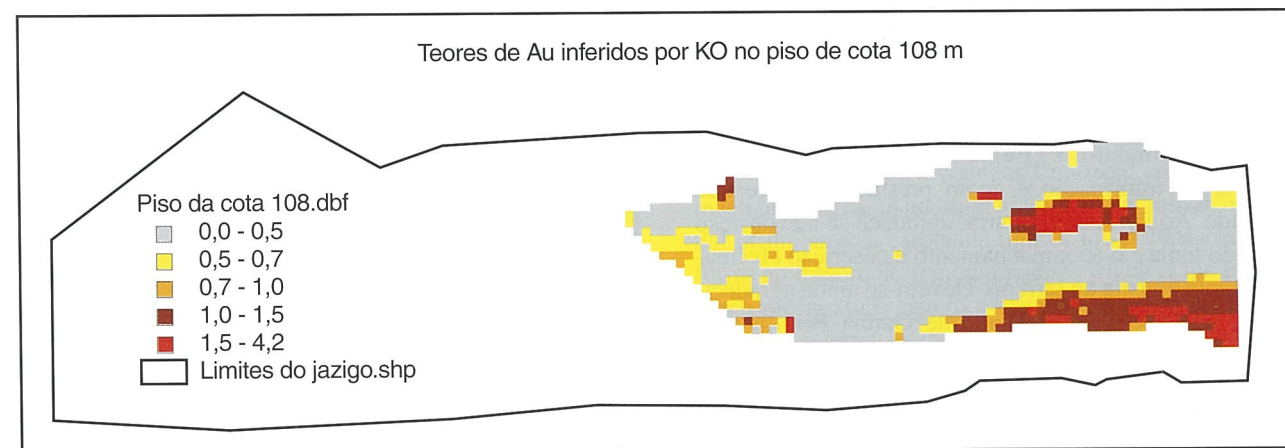
Teores de Au inferidos por KO no piso de cota 164 m



Teores de Au inferidos por KO no piso de cota 132 m



Teores de Au inferidos por KO no piso de cota 108 m



0 51 102 153 204 m

Fig. 9 – Mapas dos intervalos de teores de Au estimados pelo processo seleccionado, para os pisos às cotas 108, 132 e 164 m.

– Maps of estimated Au values on the levels.

CONCLUSÕES

Como conclusão desta bateria de testes pode afirmar-se que, para o caso do jazigo em estudo, a estimação da V. R. Au é realizada com maior precisão através do processo de KDE com as próprias classes, cuja estimação também é mais fiável quando recorre à CKO com as restantes conjugada com a KDE com os índices de síntese das V. R. Litologias e Ag. Esta maior precisão é traduzida pelas melhorias significativas apresentadas na estimação das caudas da distribuição do Au, reduzindo a atenuação característica da KO. Nas Figs. 8 e 9 pode ainda verificar-se que a distribuição espacial dos teores de Au é mais irregular quando foram utilizadas as variáveis auxiliares, ou seja, apresentam uma suavidade menor em torno da média.

As vantagens resultantes da utilização da geostatística multivariada não advêm tanto das diferenças encontradas no cálculo da quantidade de Au existente que até é mais conservativa na estimação considerada mais precisa, mas da importância atribuída pelas equipas de planeamento mineiro à precisão da localização dos valores mais baixos e mais elevados, que neste caso é incrementada pelo facto da mineralização não ser visível.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Connary Minerals – Sucursal Portuguesa, nas pessoas do falecido Dr. Sean Byrne, Dr. Carlos Nascimento e Eng.º Gordon Riddler, pela cedência da informação e apoio prestado, sempre que solicitado. Ao Dr. Acúrcio Parra, agradece-se a exposição inicial do tema e o acompanhamento e descrição efectuados durante a visita ao terreno. Devem-se ainda agradecimentos ao Prof. Doutor Henrique Garcia Pereira pela leitura, revisão crítica e comentários sobre o manuscrito, que muito contribuíram para a valorização deste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BENZÉCRI, J. (1973) – L'Analyse des donnés. Paris, pp. 615-619.
- BYRN, S. (1996) – Quarto Relatório Semestral de Actividades referentes à Concessão de Castromil. *Connary Minerals PLC – Sucursal Portuguesa*.
- (1997) – Contrato de Prospecção e Pesquisa, Relatório Final. *Connary Minerals PLC – Sucursal Portuguesa*.
- GOOVAERTS, P. (1997) – Geostatistical for Natural Resources Evaluation. New York, Oxford University Press.
- (1999) – Geostatistical approaches for incorporating elevation into the spatial interpolation of rainfall. Department of Civil and Environmental Engineering, The University of Michigan, U. S. A..
- JOURNEL, A. & ISAAKES, E. (1984) – Conditional Indicator Simulation: Application to a Saskatchewan Uranium Deposit, *Mathematical Geology*, Vol. 16, N.º 7, pp. 658-718.
- MATHERON, G. (1970) – La théorie des variables régionalisées et ses applications. *Les cahiers du CGMM*, Fontainebleau, Paris, 212 p.
- PEREIRA, H. G. (1979) – Introdução às variáveis regionalizadas, *Técnica*, 451/452, Lisboa, pp. 89-96.
- (1981) – Análise Estrutural e Seus Reflexos na Avaliação Económica de Recursos Minerais. Tese de doutoramento, IST, Lisboa, 441 p.
- PEREIRA, H. G. & SOUSA, A. J. (1988) – Análise de Dados para o Tratamento de Quadros Multidimensionais. *Textos de apoio ao Curso Intensivo de Análise de Dados*, LMPM/IST, Lisboa, 115 p.
- SOARES, A. (1989) – Morfologia Geoestatística de Recursos Minerais. Tese de doutoramento, LMPM/IST, Lisboa, 136 p.
- (1993) – Simulação estocástica de imagens nas Ciências da Terra e do Ambiente. *Geo-sistemas* n.º 3, Lisboa, pp. 69-87.
- (2000) – Geoestatística para as ciências da terra e do ambiente. IST Press.
- SOUSA, A. J. (1983) – Aplicação da simulação condicional a uma jazida de ferro. *Encontros sobre métodos quantitativos aplicados às variáveis regionalizadas*, I. N. I. C., Lisboa, pp. 173-180.
- SOUSA, A. J.; MUGE, F.; ALMEIDA, J. A.; TRAVASSOS, S. J. F.; VIEIRA, J. L.; GUERREIRO, L. & BRITO, G. (1990) – RESMIN, Sistema de desenho geológico e avaliação de reservas. *Registo do 10.º Encontro Nacional dos Engenheiros de Minas*, Faro, pp. 253-265.
- (1983) – Métodos geoestatísticos para a avaliação e gestão de recursos minerais. PROGRAMA COMETT/AFAIRS.

Artigo recebido em Outubro de 2000